

Optical Orthogonal Codes の探索 II

On a Result of a Search for Optical Orthogonal Codes II

青柳 卓

AOYAGI, Suguru

東京理科大学大学院理工学研究科

宮本 暢子

MIYAMOTO, Nobuko

東京理科大学理工学部

篠原 聡

SHINOHARA, Satoshi

明星大学情報学部

要旨

光直交符号を構成する方法としては、組合せデザインや有限射影幾何を利用したものが知られている。探索手法としては、Alem-Karladani and Salehi [1] によって提案された、重み一定の光直交符号を探索するアルゴリズムがある。本論文では、使用するプログラムの変更により、前回の論文 [8] では探索できなかった、符号長がより長い符号を求めた。また、Alem-Karladani and Salehi の手法を拡張し、重みが可変であるような光直交符号の探索も試みた。

1 はじめに

光直交符号 (Optical Orthogonal Code: OOC) とは、次の 2 つの特性を満たす剰余環 Z_n の w -部分集合の族 \mathcal{C} のことである。

- (auto-correlation property) 任意の符号語 $X \in \mathcal{C}$ と任意の 0 でない $\tau \in Z_n$ に対し、

$$R_{xx}(\tau) = |X \cap (\tau \oplus X)| \leq \lambda_a$$

- (cross-correlation property) 任意の異なる符号語 $X, Y \in \mathcal{C}$ と任意の $\tau \in Z_n$ に対し、

$$R_{xy}(\tau) = |X \cap (\tau \oplus Y)| \leq \lambda_c$$

ここで、 $\tau \oplus X = \{\tau + x : x \in X\}$ とし、 $|X|$ は集合 X の要素の個数である。このような光直交符号を $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC と書き、特に $\lambda_a = \lambda_c = \lambda$ のときは (n, w, λ) -OOC と書く。 n を符号長、 w を重みという。符号語 $X \in \mathcal{C}$ に対し、長さ n の $(0, 1)$ -sequence $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ を、 $k \in X$ ならば $x_k = 1$ とし、そうでなければ $x_k = 0$ として定めることにより、光直交符号を表現することもできる。

光直交符号は主に、光ファイバーを介した通信において符号分割多元接続 (Code Division Multiple Access: CDMA) を実現するために用いられる。元々は光直交符号は重みが一定の符号として定義されたが、以下のような利点があるとして、重みが一定でない光直交符号が Yang [5] によって提案された。

- 符号語数 $|\mathcal{C}|$ を増やせる
- 同時接続数を増やせる (衝突が起きた時のエラーレートを低くできる)

重みが可変の光直交符号 \mathcal{C} は、次のように定義される。 n を符号長、 $W = (w_0, \dots, w_p)$ を重みの列とし、 $Q = (q_0, \dots, q_p)$ を重み w_j の符号語の全体に占める割合 q_j の分布を表わす列、 $L = (\lambda_a^0, \dots, \lambda_a^p)$ を重み w_j を持つ符号語の auto-correlation の上限値 λ_a^j の列、 λ_c を cross-correlation の上限値とする。

Definition 1. \mathcal{C} が以下の性質を満たすとき、 \mathcal{C} を可変重み光直交符号 (variable-weight OOC) と呼び、 (n, W, L, λ_c, Q) -OOC と書く。

- (auto-correlation property) 重みが $w_j \in W$ である任意の符号語 $X \in \mathcal{C}$ について、任意の 0 でない $\tau \in Z_n$ と任意の j に対し、

$$R_{xx}(\tau) = |X \cap (\tau \oplus X)| \leq \lambda_a^j$$

- (cross-correlation property) 異なる符号語 $X, Y \in \mathcal{C}$ について、任意の $\tau \in Z_n$ に対し、

$$R_{xy}(\tau) = |X \cap (\tau \oplus Y)| \leq \lambda_c$$

なお、 auto-correlation の上限値がすべて等しいときは、 $(n, W, \lambda_a, \lambda_c, Q)$ -OOC のように書く。

実用上の観点から、また数学的興味から、光直交符号は符号語数が出来るだけ多いことが望ましいとされている。与えられた符号長や重みなどのパラメータに対して、符号語数が最大であるような光直交符号を *optimal* であるという。

Theorem 2 (Yang [5]). $\Phi(n, W, L, \lambda_c, Q)$ を (n, W, L, λ_c, Q) -OOC が存在するような符号語数の最大値とする。すべての j に対して $\lambda_a^j \geq \lambda_c$ であるとする。 λ を最小の λ_a^j とすると、

$$\Phi(n, W, L, \lambda_c, Q) \leq \frac{(n-1)(n-2)\cdots(n-\lambda)}{\sum_{j=0}^p q_j w_j (w_j - 1)(w_j - 2)\cdots(w_j - \lambda) / \lambda_a^j} \quad (1)$$

なお式 (1) は、あくまでも符号語数の最大値の上限を与えているだけであり、この式の等号を満たす符号が必ず存在するわけではない事には注意する必要がある。すなわち、式 (1) を満たせば *optimal* であると言えるが、満たされないからといって *optimal* でないとは限らない。

光ファイバー通信における CDMA では、その同時利用接続数についても考慮しなければならない。重みが w_j であるような符号語を割り当てられた通信をクラス j の通信と呼ぶ事にする。 k_j をクラス j における接続数とすると、

$$k_j < \frac{w_j - \lambda_a^j}{\lambda_c} \quad (2)$$

を満たすとき、通信は成功する。復号エラーが起こらないような接続数 k_j を出来るだけ大きく取れるようにする事も実用上望ましい。そのためには λ_a^j や λ_c をあまり大きくせず、 w_j をそれらに比較して大きくできると良い事になる。重みを可変にする事により、クラスに応じてその同時接続数の保証が変えられるようになり、例えば通信が成功する確率の高いクラスを設ける事が出来るようになる。

光直交符号を構成する方法としては、組合せデザインや有限射影幾何を利用したものが知られている。Yang [5] は有限体の乗法群の性質を利用することで、*optimal* な可変重み光直交符号を構成した。巡回差集合や差集合族、それに関連する difference packing を利用した構成法が Wu らによって与えられている (例えば [6] など)。また、Miyamoto and Shinohara [4] では、有限幾何における arc の集合

から重み可変の光直交符号を得る方法が提案された。以上のような系統的な構成手法が発案されてきたが、その数はあまり多くはない。

本論文は、光直交符号を構成的にはなく、探索的に求めた筆者らの試み [8] の続編である。探索的手法として、引き続き Alem-Karladani and Salehi [1] で提案された重み一定の光直交符号の探索アルゴリズムを採用した。Alem-Karladani and Salehi の方法では、最終的にはグラフ理論における最大クリーク問題を解かなければならず、グラフの構造にも依存するが、一般に n が大きくなると実用的な時間で optimal な符号を求めることが出来なくなる。本論文では、探索の手続きを一部改良することにより、探索範囲を広げた。また本論文では、Alem-Karladani and Salehi の探索アルゴリズムを拡張することにより、重み可変の光直交符号の探索も試みた。

2 符号語の探索アルゴリズム

まず Alem-Karladani and Salehi [1] による重み一定の光直交符号の探索法について概略を述べる。まず、 $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC の符号語の探索空間は $\binom{n}{w}$ 個の要素からなる Z_n の w -部分集合全体であると考えられる。光直交符号の巡回的な性質から、各符号語は 0 を必ず含んでいると考えて良い。よって、 $S_{n,w}$ を、固定要素として 0 を含み、要素数が w であるような、 Z_n の全ての部分集合の集まりとすると、 $S_{n,w}$ が光直交符号の符号語の探索空間であり、 $|S_{n,w}| = \binom{n-1}{w-1}$ であると言える。

Π_n を n より小さい n と互いに素な整数の集合とし、 \odot を n を法とする乗法の二項演算子とする。このとき、代数系 (Π_n, \odot) は位数 $\phi(n)$ の乗法群をなす。ただし $\phi(n)$ は n と互いに素な $1 \leq m < n$ なる整数 m の個数を表すものとする。簡潔化のために、この乗法群を Π_n と書くことにする。 $X, Y \in S_{n,w}$ に対し、 $X = g \odot Y$ のとき $X \sim Y$ とするとこの関係は同値関係となる。商集合 $S_{n,w}/\Pi_n$ は同値類の集合となるが、このとき同じ同値類に属する符号語は同じ自己相関のパターンを持つことが示される。

この同値類分割に関して、相互相関 λ_c を以下のように二つに分類する。同じ同値類に含まれる符号語間の相互相関を **クラス内相互相関** (*intra-class cross correlation*) と呼び、異なる同値類に含まれる符号語間の相互相関を **クラス間相互相関** (*inter-class cross correlation*) と呼ぶことにする。クラス内相互相関、すなわち同じ同値類に属する符号語間の相互相関は、代表元を含むようなペアのみを考えればよいということが示せる。同様に、クラス間相互相関に関して、片方の同値類の代表元を固定し、もう片方の同値類の各元とのペアの相互相関を求めれば、十分であることが示せる。

以上より、 $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC に対する Alem-Karladani and Salehi [1] による探索法は以下のような手順で実行される。

- (1) 探索空間 $S_{n,w}$ を定める。
- (2) 同値類の集合 $S_{n,w}/\Pi_n$ を定める。
- (3) (2) の同値類の全ての代表元の自己相関を求め、条件を満たす同値類の符号語のみを探索対象とする。
- (4) (3) で与えられた符号語に対し、クラス内相互相関およびクラス間相互相関を求める。
- (5) (3) で与えられた自己相関 λ_a を満たす全ての符号語を頂点 V とし、(4) により求められる相互相関についての条件を満たす頂点間を辺で結んだグラフを考える。このグラフに対する最大クリーク問題の解が最適な $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC に対応する。

重みが可変であるような光直交符号についても、同様の方法で探索することが可能である。重み毎に探索空間 S_{n,w_i} をまず考え、その和集合を全体の探索空間とすれば良い。

重みの違う符号語間の相互相関に関して、次の定理が重み一定の場合と同様に示される。

Theorem 3. 重み $w_i, w_j \in W, i \neq j$ と $r, s \in \Pi_n$ に対して, 同値類 $[x] \in S_{n, w_i} / \Pi_n$ と $[y] \in S_{n, w_j} / \Pi_n$ に属する符号語をそれぞれ $U = r \odot X$ と $V = s \odot Y$ とすると, U と V との間の相互相関は X と $r \odot s' \odot Y$ との間の相互相関と同じパターンを持つ. ここで s' は Π_n における s の逆元とする.

Proof. x, y, u, v をそれぞれ X, Y, U, V に対応する $(0, 1)$ -sequence とする. 相互相関の定義より, $l = k \odot r$ を l とおくと,

$$\begin{aligned} R_{u,v}(m) &= \sum_{k=0}^{n-1} u_k v_{k \oplus m} = \sum_{k=0}^{n-1} x_{k \odot r'} y_{(k \oplus m) \odot s'} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} x_{k \odot r'} y_{(k \odot s') \oplus (m \odot s')} = \sum_{k=0}^{n-1} x_l y_{(l \odot s' \odot r) \oplus (m \odot s')} = R_{x,y \odot s' \odot r}(m \odot s') \end{aligned}$$

となり, U と V との間の相互相関と, X と $r \odot s' \odot Y$ との間の相互相関は同じパターンを持つといえる. □

この Theorem 3 により, 重み一定の探索法と同様にして, 相互相関を調べる回数を減らすことが出来る. こうして, 条件を満たすような相互相関を示すグラフが得られるが, そのグラフにおける最大クリーク問題を解くにあたり, 重み毎の符号語数の分布 $Q = (q_0, \dots, q_p)$ に応じて, S_{n, w_i} から適切な数の符号語が選ばれるように配慮する必要がある. V_i を重みが w_i であるような符号語に対応する点の集合とし, $V = \cup V_i$ とする. k を探索しようとする符号の符号語数とし, $k_i = q_i k, i = 0, \dots, p$ とする. 可変重み光直交符号 (n, W, L, λ_c, Q) -OOC の探索は以下の手順で実行できる.

- (1) 重み $w_i \in W$ の符号語の空間 S_{n, w_i} をそれぞれ定め, その和集合を探索空間とする.
- (2) 重み $w_i \in W$ に対応する同値類の集合 $S_{n, w_i} / \Pi_n$ をそれぞれ定める.
- (3) (2) の同値類の全ての代表元の自己相関を求め, 条件を満たす同値類の符号語のみを探索対象とする.
- (4) (3) で得られた符号語とその同値類について, クラス内相互相関およびクラス間相互相関を求める.
- (5) (3) で与えられた自己相関 λ_c を満たす全ての符号語を頂点とし, 頂点集合を V とするグラフを考える. ここで V は V_i に分割できる. (4) により求められる相互相関についての条件を満たすような頂点間を結ぶように辺を定め, 辺集合を E とする. このグラフ (V, E) に対し, 部分グラフ (V_i, E) を考える. 各部分グラフ (V_i, E) 内で k_i -完全グラフを持つような (V, E) のクリークが符号語数 k をもつ (n, W, L, λ_c, Q) -OOC に対応する.

k が最大となるような符号を探することで, optimal な可変重み光直交符号が得られる.

3 探索の方針および結果

可変重み光直交符号の探索にあたっては, 次の点にまず注意する必要がある. 例えば, 重み $(3, 4)$ の光直交符号を探すにあたり, その重みに対する符号の分布が $(1/4, 3/4)$ のときを考える. もし, 重み一定の光直交符号 $(n, 4, \lambda)$ -OOC が存在するならば, この符号の $1/4$ の符号語それぞれから, 1 のビットを一つずつ 0 に落とすと, それらの符号語は重み 3 の符号語となり, 結果として $(n, (3, 4), 1, (1/4, 3/4))$ -OOC が得られる. 以上を一般化すると, 一定重みと可変重みの光直交符号の間に, 次のような自明な関係が得られる.

Theorem 4. $\bar{\Phi}(n, W, \lambda_a, \lambda_c, Q)$ を可変重み光直交符号 $(n, W, \lambda_a, \lambda_c, Q)$ -OOC が存在するような最大の符号語数の上限とする. $\Psi(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ を一定重み光直交符号 $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC が存在するような最大の符号語数とする. このとき,

$$\Psi(n, \max W, \lambda_a, \lambda_c) \geq \bar{\Phi}(n, W, \lambda_a, \lambda_c, Q)$$

ならば, $(n, \max W, \lambda_a, \lambda_c)$ -OOC より $(n, W, \lambda_a, \lambda_c, Q)$ -OOC が導ける.

ここで, $\bar{\Phi}$ は式 (1) の右辺で与えられ, Ψ は実際に符号が存在するような符号語数であることに注意しなければならない.

実際にこの定理を満たすようなパラメータが存在する. 例えば, $W = (3, 4)$ で $\lambda_a = \lambda_c = 1$ の場合を考えよう. 表 2 は, [8] で示した $(n, 4, 1)$ -OOC の探索結果の再掲である. この表から, $n = 49, 50$ で符号語数が 4 の重み一定の光直交符号が存在することが分かるが, このパラメータでは, 可変重み光直交符号 $(n, (3, 4), 1, (1/2, 1/2))$ -OOC の符号語数の上限は $\bar{\Phi} = 4$ であり, Theorem 4 が適用できる. 同様に $Q = (\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ および $Q = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ のときも, 重み一定の光直交符号から可変重みの光直交符号を得ることができる. $Q = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ のときは, 重み一定光直交符号の 4 つの符号語のうち 3 つを使い, その 3 つのうちの 1 つの重みを減らすことで, 欲しい可変重みの光直交符号が得られる.

一定重みと可変重みのそれぞれの場合の符号語数の上限を計算すると, 表 1 のようにまとめることができる. ここで, $\bar{\Psi}$ は一定重み光直交符号の符号語数の上限であるので, Theorem 4 がそのまま適用できるわけではない. 「判定」の欄には, Theorem 4 が適用できる可能性のあるパラメータには「C」を記し, そうでないところには「V」と記した. n が十分に大きくなると, $\bar{\Phi} \leq \bar{\Psi}$ が常に成り立つようになることが予想される. また, Q によって「C」が現れる回数やその出現確率も変わることが読み取れる.

「判定」が「C」となっているパラメータに対しては, Theorem 4 が適用可であるかどうか確認するために, 実際の最大符号語数を確かめる必要がある. 最大符号語数が未知の場合は, それを明らかにする動機が生まれる. そうして, Theorem 4 が適用できないような場合には, 可変重み光直交符号の探索を実行する動機がさらに生じる. 例えば, 前述の $n = 49, 50$ のとき, $Q = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ の場合などが, 可変重み光直交符号を探索する価値があるといえる. いずれにせよ, まず重み一定の光直交符号の最大符号語数を明らかにする必要があるといえるだろう.

最後に, 今回新しく探索できた符号について述べる. 重み一定の光直交符号について, 表 3 のような結果を得た. 前回 [8] は, 探索はすべて Mathematica 上で実行したが, 最大クリーク問題を解くにあたり, $n = 40$ のあたりで計算時間やメモリの限界に達した. そこで今回は, mcqd という最大クリーク問題を解くプログラム [2, 3] を導入した. これにより, $(n, 4, 1, 1)$ -OOC について, $n > 40$ のいくつかの場合について探索できることを確認した. 表 3 には, $n = 52, 60, 61$ の符号語を載せた. 例えば, $n = 52$ の OOC は, 表 1 を見ると, $Q = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}), (\frac{3}{4}, \frac{1}{4}), (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ のときに, 「C」という記号の付く範囲に相当していることが分かる. この範囲が, Theorem 4 が適用可能な範囲となる. それぞれの割合に応じ, 例えば $Q = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ のときは, 4 つのうち 2 つの符号語から, それぞれ 1 ビットの 1 を 0 とすると, optimal な $(52, (3, 4), 1, 1, (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$ -OOC が得られるということになる. $Q = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ の場合には, 4 つの符号語をすべて使うのではなく, このうち 3 つを任意に選び, さらに選ばれた 3 つの符号語の 1 つを重みが 3 となるように 1 のビットを 0 とすれば良い.

$n = 61$ については, 表 1 の右列の表を見ると, すべて n の範囲の下限の値となっている. 他のパラメータが同じで, 符号語数が同じであれば, n が小さい方がより効率の良い符号と考えられるため, 望ましい符号が得られたとも言える.

n	Q	$\bar{\Phi}$	$\bar{\Psi}$	判定	
19 - 24	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	2	1	V	
25 - 36		2	2	C	
37 - 48		4	3	V	
49 - 54		4	4	C	
55 - 200		6-	4-	V	
25 - 36	$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$	3	2	V	
37 - 48		3	3	C	
49 - 200		6-	4-	V	
31 - 36	$(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$	3	2	V	
37 - 60		3	3-4	C	
61 - 72		6	5	V	
73 - 90		6	6-7	C	
91 - 108		9	7-8	V	
109 - 120		9	9	C	
121 - 144		12	10-11	V	
145 - 150		12	12	C	
151 - 180		15	12-14	V	
181 - 200		18-	15-	V	
31 - 48		$(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$	4	2-3	V
49 - 60	4		4	C	
61 - 200	8-		5-	V	
43 - 48	$(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$	4	3	V	
49 - 84		4	4-6	C	
85 - 96		8	7	V	
97 - 126		8	8-10	C	
127 - 144		12	10-11	V	
145 - 168		12	12-13	C	
169 - 192		16	14-15	V	
193 - 210		16	16-17	C	
211 - 240		20	17-19	V	
241 - 252		20	20	C	
253 - 288		24	21-23	V	
289 - 294		24	24	C	
295 - 400		28-	24-	V	
n		Q	$\bar{\Phi}$	$\bar{\Psi}$	判定
37 - 60		$(\frac{4}{5}, \frac{1}{5})$	5	-4	V
61 - 72	5		5	C	
73 - 200	10-		6-	V	
43 - 60	$(\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$	5	3-4	V	
61 - 68		5	5	C	
69 - 72		6	5	V	
73 - 84		6	6	C	
85 - 120		10	7-9	V	
121 - 126		10	10	C	
127 - 200		15-	10-	V	
49 - 60	$(\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$	5	4	V	
61 - 96		5	5-7	C	
97 - 120		10	8-9	V	
121 - 144		10	10-11	C	
145 - 180		15	12-14	V	
181 - 192		15	15	C	
193 - 300		20-	16-	V	
55 - 60		$(\frac{1}{5}, \frac{4}{5})$	5	4	V
61 - 108			5	8	C
109 - 120	10		9	V	
121 - 162	10		10-13	C	
163 - 180	15		13-14	V	
181 - 216	15		15-17	C	
217 - 240	20		18-19	V	
241 - 270	20		20-22	C	
271 - 300	25		22-24	V	
301 - 324	25		25-26	C	
325 - 360	30		27-29	V	
361 - 378	30		30-31	C	
379 - 420	35		31-34	V	
421 - 432	35		35	C	
433 - 480	40		36-39	V	
481 - 486	40	40	C		
487 - 1000	45-	40-	V		

表1 $(n, (3, 4), (1, 1), 1, Q)$ -OOC の符号語数上限と探索指針

n	Φ	符号語
17	1	{0, 1, 3, 7}
20	1	{0, 1, 3, 7}
21	1	{0, 1, 3, 7}
22	1	{0, 1, 3, 7}
23	1	{0, 1, 3, 7}
25	2	{0, 1, 3, 7}
27	2	{0, 1, 3, 11}, {0, 5, 12, 18}
29	2	{0, 1, 3, 11}, {0, 7, 12, 16}
32	2	{0, 1, 3, 8}, {0, 6, 15, 28}
33	2	{0, 1, 3, 11}, {0, 7, 19, 24}
34	2	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 13, 23}
35	2	{0, 1, 3, 8}, {0, 4, 13, 25}
36	2	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 15, 24}
37	3	{0, 1, 3, 24}, {0, 4, 9, 15}, {0, 7, 17, 25}
40	3	{0, 1, 3, 9}, {0, 4, 11, 25}, {0, 5, 17, 27}
41	3	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 15, 27}, {0, 8, 17, 28}
44	3	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 13, 28}, {0, 9, 19, 33}
46	3	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 13, 27}, {0, 9, 20, 30}
47	3	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 13, 22}, {0, 10, 21, 33}
48	3	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 13, 22}, {0, 10, 21, 33}
49	4	{0, 1, 3, 8}, {0, 4, 18, 29}, {0, 9, 19, 32}, {0, 6, 21, 33}
50	4	{0, 1, 3, 7}, {0, 5, 17, 35}, {0, 8, 22, 31}, {0, 10, 21, 34}

表 2 $(n, 4, 1)$ -OOC の探索結果

表 3 では、他にも相関の限界値 λ_a および λ_c を 1 以外に変更した場合の探索結果についても、掲載した。 λ_a や λ_c を大きくすると、探索空間が非常に広くなり、以前のプログラムでは探索することが出来ていなかった。最大クリーク問題を解くプログラムを高速なものに変更することにより、より広い範囲のパラメータに対しても探索が可能となったということも、この結果をもって示したい。

なお、可変重み光直交符号に対応するようにするためには、前節で最後に示した手順にあるようなクリークを求める必要がある。重み分布を設計パラメータとして与えられるようなプログラムは今回は作成できなかった。しかしながら、確率的に重みの大きい符号を選びやすくすることで、可変重み光直交符号が得られるようにした。例えば、 $(33, (3, 5), 2, 1, (\frac{5}{6}, \frac{1}{6}))$ -OOC が

$$\{\{0, 14, 25\}, \{0, 1, 17\}, \{0, 7, 20\}, \{0, 2, 31\}, \{0, 5, 10\}, \{0, 3, 6, 12, 21\}\}$$

のように得られた。

今後の計画として、まず可変重み光直交符号に対応するような最大クリーク問題を、重み分布を与えたときにも探索できるように改良したい。mcqd では、最大クリークを一つ求めれば終了してしまうが、可能ならばこれをすべての最大クリークが求められるようにしたい。それによって、符号の存在確率や分布を明らかにすることができる。また、同値類を求めるステップも、Mathematica から移植し、

n	W	L	λ_c	符号語
52	4	1	1	$\{\{0, 16, 40, 48\}, \{0, 7, 17, 50\}, \{0, 15, 38, 49\}, \{0, 21, 22, 27\}\}$
60	4	1	1	$\{\{0, 8, 20, 36\}, \{0, 4, 6, 37\}, \{0, 35, 42, 45\}, \{0, 9, 26, 47\}\}$
61	4	1	1	$\{\{0, 14, 29, 30\}, \{0, 34, 38, 43\}, \{0, 20, 26, 59\}, \{0, 8, 11, 21\}, \{0, 7, 19, 44\}\}$
20	4	2	2	$\{\{0, 2, 5, 12\}, \{0, 4, 13, 14\}, \{0, 12, 14, 16\}, \{0, 14, 18, 19\}, \{0, 2, 14, 17\},$ $\{0, 3, 11, 14\}, \{0, 1, 5, 8\}, \{0, 5, 11, 16\}, \{0, 8, 12, 19\}, \{0, 6, 13, 16\},$ $\{0, 9, 11, 19\}, \{0, 6, 7, 12\}, \{0, 1, 3, 4\}, \{0, 11, 13, 18\}\}$
40	4	2	1	$\{\{0, 2, 28, 30\}, \{0, 22, 29, 33\}, \{0, 15, 24, 39\}, \{0, 8, 13, 21\}, \{0, 3, 6, 23\}\}$

表3 新しい探索結果

さらなる高速化を図ることで、より広い範囲のパラメータに対しても、探索できるようにもしたいと考えている。

参考文献

- [1] M.M. Alem-Karladani And J.A. Salehi, "Spectral Classification and Multiplicative Partitioning of Constant-Weight Sequences Based on Circulant Matrix Representation of Optical Orthogonal Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol.56, pp.4659-4667, 2010.
- [2] J. Konc and D. Janezic, "An improved branch and bound algorithm for the maximum clique problem", *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.*, vol.58, pp.569-590, 2007.
- [3] "Maximum Clique Algorithm", <http://www.sicmm.org/konc/maxclique/>
- [4] N. Miyamoto and S. Shinohara, "Mutually M -intersecting K -arcs and their Applications", *J. of Statistical Theory and Practice*, vol. 6, no. 1, pp.69-77, 2012.
- [5] G. C. Yang, "Variable-weight optical orthogonal codes for CDMA networks with multiple performance requirements," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 1, pp. 47-55, 1996.
- [6] D. Wu, H. Zhao, P. Fan, and S. Shinohara, "Optimal Variable-Weight Optical Orthogonal Codes via Difference Packings", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 56, pp. 4053-4060, 2010.
- [7] 青柳卓, "可変重み光直交符号の探索", 東京理科大学大学院理工学研究科 平成24年度 修士論文, 2013.
- [8] 寺嶋 健一, 宮本 暢子, 篠原 聡, "光直交符号の探索について", 明星大学情報学部研究紀要, vol.20, pp.15-22, 2012.