因果効果の測定（II）

細谷　雄三

要　旨

論文の第Ⅱ部では、時系列モデルに焦点を合わせて、まず、計量経済モデルにおける外生変数の定義の問題を、統計的推測の諸公準との関係、および、因果性との関連から考察する。とくに、論文では外生性を統計的補助性と同一視する立場を詳細に検討する。その上で、グレンジャー因果性を発展させた一方向因果性の概念とその定量的測定を説明する。また第３系列が介在する状況で、その効果の除去法を偏一方向効果測度という視点から紹介し、応用例を示す。

［キーワード］一方向効果測度、外生性、十分統計量、偏因果性、補助統計量

6．外生性と因果性

統計的証拠の評価は、通常、データ＝観測値を確率モデルに照らして行われる。ここで関与するのは、観測値 x が属す標本空間 Ω、確率モデルに含まれる母数 θ が属する母数空間 Θ、そして、Ω と Θ の上で定義される確率 Pr の３つである（確率 Pr は、以下、離散確率モデルでは確率、連続確率モデルでは確率密度を表すものとする）。これら３つの組を $E\equiv(\Omega,\Theta,Pr)$ と表し、E を実験と呼ぶことにする。統計的証拠の評価とは、実験 E とその結果 x の証拠的内容あるいは証拠的意味、つまり $Ev(E,x)$ の解釈に他ならない。実験 E は、よく設計された対照実験の場合は比較的明確に定義され、非実験的観察においては、明示することがしばしば困難である。

6.1　条件付推測

統計量の十分性（sufficiency）は、フィッシャーが統計的推定との関連で導入した概念である［Fisher（1925）］。フィッシャーは統計的推定をデータの要約という観点で考えた。実験結果を観測するのは，それが何らかの意味で情報をもたらすからであり、結果を統計量として要約すれば（例えば、50個の観測値をそれらの平均値によって要約すると）、一般に情報の損失が伴う。統計量が十分であるとは、この要約の過程で情報損失を伴わないことを意味する。一つの実験 (Ω,Θ,Pr) に対して、結果 x の関数 $t(x)$ が十分統計量であるとは、結果 x の代わりに $t(x)$ を観測すれば、それ以上 x について の調査が母数 θ について追加情報をもたらさないを意味する。確率表現では，

(6.1)　$Pr(x|\theta)=Pr(x|t)Pr(t|\theta)$

と表され、t を与件とする、x の条件付確率 $Pr(x|t)$ が θ に依存しない場合、t を十分統計量とよぶ。$t(x)$ のとりうる値の全体を

$\Omega'=\{t(x):x\in\Omega\}$と書くことにすると、もとの実験$(\Omega,\Theta,Pr)$に対して$t(x)$を観測するという実験は$(\Omega',\Theta,Pr')$と表せる。ここで$Pr'$は確率$Pr'=Pr(t|\theta)$を意味する。

推定値が十分性の条件（6.1）を満たす場合には、十分推定値は母数についてのすべての情報を保有しているから、その値が与えられたうえでは、他の任意の推定値を得ても、その条件付分布は母数に依存しない。この考え方の一つの応用として、母数θの推定値$\tilde{\theta}(x)$があるとき、十分統計量tを与件とした$\tilde{\theta}(x)$の条件付期待値は、離散型モデルでは、

$$E(\tilde{\theta}|t)=\sum_{x\in\Omega}\tilde{\theta}(x)Pr(x|t)$$

として与えられ、この値は十分統計量の関数であり、θを含まない一つの統計量を与えることになる。推定値としてこの条件付期待値$\tilde{\theta}_1=\tilde{\theta}_1(t)=E(\tilde{\theta}|t)$は望ましい性質をもつ。すなわち、損失関数$V(\hat{\theta},\theta)$は$\theta$を固定したとき$V$は$\hat{\theta}$について実数値凸関数であるとすると、

$$(6.2)\quad E(V(\hat{\theta}_1,\theta))\leq E(V(\hat{\theta},\theta))$$

が成立する。つまり平均的には$\hat{\theta}_1(t)$が$\hat{\theta}(x)$より望ましい推定値を与えることを示すことができる。また、十分統計量が与件とされるとき、実験結果の条件付確率がθによらないという性質は、推定のほかにも、帰無仮説が複合仮説として与えられるときの有意性検定の構成にも応用することができる。

不等式（6.2）は、推定問題において、実験$E'=(\Omega',\Theta,Pr')$から出発して推定値を構成することを意思決定論の立場から正当化するが、さらに進んで(E,x)と$(E',t(x))$との証拠的内容には違いがないことを主張するのが十分性公準（sufficiency axiom）である。すなわち十分性公準は

$$(6.3)\quad Ev(E,x)=Ev(E',t)$$

を意味する。（6.3）が正当なデータ解釈であると主張するのが十分性公準である。

さて、十分性とならんでフィッシャーの導入した概念に補助統計量（ancillary statistic）がある[Fisher（1934）]。補助統計量を条件付きとする推測が妥当である場合を示したコックスの例がある（次の例はコックスを敷衍したものである）[Cox（1958）を参照]。

例 6.1 二つの実験E_1、E_2があり、E_1では結果は平均θ、標準偏差1の正規分布に従って分布し、E_2では平均θ、標準偏差4の正規分布に従うものとする。さらにE_3実験における結果zは、E_1、E_2の試行とは独立に1/2の確率で0か1の値をとるものとする。E_3の結果zが0ならば実験E_1を行い、1ならばE_2を行う混合実験をE^*とよぶことにする。E^*の結果は二つの値の組(a,y)からなり、aは0か1をとり、yはE_1、あるいは、E_2の実験結果を表す。さて、E^*の実験にもとづいて、母数θについての推測をいかに実行すべきか。

いま、帰無仮説$\theta=0$を$\theta>0$という対立仮説に照らして検定する目的の実験で、E_3の実際の結果が0であり、実験E_1が行われて$y=1.5$が観測されるとする。観測された有意水準の計算のためには（0, 1.5）より強い乖離を示す標本点の集合として、$a=0$に対しては$y\geq 1.5$となる集合を、$a=1$に対しては$y\geq 4.09$となる集合を考えるのが妥当であろう、ここで$y=4.09$は等式

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1.5^2}{2}\right\}\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot 4}\exp\left\{-\frac{y^2}{32}\right\}$$

を満たすyの値である。そのような乖離を示す結果全体の確率は帰無仮説のもとで

$$\begin{aligned}(6.4)\quad Pr_0^*&=Pr\{y\geq 1.5|\theta=0,\sigma^2=1\}/2\\&\quad+Pr\{y\geq 4.09|\theta=0,\sigma^2=16\}/2\\&\approx 0.110\end{aligned}$$

として与えられる。母数θに関する統計的推測を実行された実験とその結果にもとづいて行うとき、（6.4）による観測有意水準の評価は適当

であろうか。θ に関連して実行された実験は E_1 であり、実験 E_2 は行われなかった。実験 E^* が繰り返される限りにおいては、E_2 も繰り返され、標本空間も E_2 の存在を無視して構成することはできない。しかし、実際に行われた実験 E_1 とその結果 $y=2$ の解釈のために、実行されなかった実験 E_2 までも考慮することはむしろ、不適切な情報を導入することになるのではないか。もし実験 E_1 のみにもとづいて、$y=2$ から観測された有意水準を計算すれば，

$$Pr_0=Pr\{y\geq 1.5|\theta=0,\sigma^2=1\}\approx 0.067$$

となり、Pr_0^* と比べて仮説とデータの不整合をより強く示す評価が与えられる。実行された実験のみにもとづいて結果を解釈するという立場からは、$(E^*,2)$ は $(E_1,2)$ と同じ意味をもつことになる。これは $a=0$ を与件とする条件付推測を行うことが適切であることを意味する。これがコックスの議論である。

この実験 E^* における統計量 a をフィッシャーは補助統計量とよび、統計的推測における主題となる標本空間をいかに限定するかという問題との関連でその重要性を強調した。離散型モデルの場合に、一つの実験 $E=(\Omega,\Theta,Pr)$ に対して統計量 $t(x)$ が値 t をとる（離散型）確率

$$Pr\{t(x)=t\}=\sum_{t(x)=t}Pr(x)$$

があらゆる t に対して θ と独立であるとき、$t(x)$ を補助統計量とよぶ。上の混合実験 E^* においては、$x=(a,y)$ と置くとき、$t(x)=a$ が補助統計量となっている。実験 E^* における結果 $y=2$ を実際に行われた実験 E_1 にもとづいて解釈することが正当であると主張する。一般的に実験結果 (E,x) の証拠的意味が、補助統計量 $t(x)$ を与件とする条件付確率に対して不変であることを主張するのが，条件性公準（conditionality axiom）である。補助統計量 $t(x)$ を与件とする実験 E の条件付確率を $Pr(y|t(x),\theta)$ と書き、誘導された標本空間を $\Omega'=\{y:t(y)=t(x)\}$ と定義し、新しい実験 E' を $E'(\Omega',\Theta,Pr(\cdot|t(x),\theta))$ と定義する。このとき、条件性公準は

(6.5)　$Ev(E,x)=Ev(E',x)$

と表される。上の混合実験の場合には、実際に行われた実験との関連でデータを解釈するというコックスの主張には説得力があるが、一般的な実験状況に対しては、統計量のように適切な補助統計量を一意的に定めることが困難であることをバスウ（Basu、1964）は示した。すなわち、補助統計量の選択が非常に異なる条件付モデル、したがって、異なるデータ解釈を導く例が存在し、(6.5) の一般的な適用を困難にしている。

例 6.2［フィッシャー（1956）］ 確率変数 x,y は互いに独立に、平均 $E(x)=\cos\theta$, $E(y)=\sin\theta$、分散はいずれも 1 の正規分布に従うものとする。θ を未知母数とするとき、その最尤推定量は $\hat{\theta}=\tan^{-1}(y/x)$ となることが分かる。他方、$\hat{l}=\sqrt{x^2+y^2}$ とおくと、(x,y) から $(\hat{l},\hat{\theta})$ への角座標変換は 1 対 1 対応となり、$(\hat{l},\hat{\theta})$ は十分統計量である。また $\hat{l}$ の分布は母数 θ とは独立であり、補助統計量となる。最尤推定量 $\hat{\theta}$ は、単独では、十分統計量にはならないが、$\hat{l}$ を与件とした場合の (x,y) の条件付分布に対して $\hat{\theta}$ は十分統計量となる。$\hat{\theta}$ へ要約によって失われた情報が $\hat{l}$ によって回復する。

例 6.3［ヒンクレイ（Hinkley, 1980)］ 確率変数 e_1,e_2 は独立にそれぞれ 1 と－1 を 1/2 の確率でとる。$x_i=\theta+e_i$, $i=1,2$ とし、θ は未知母数で、x_1,x_2 を観測するとき、θ の最小 2 乗推定量は $\tilde{\theta}=(x_1+x_2)/2$ として与えられる。一方、$D=x_1-x_2$ とおくと、D の分布は、$Pr(D=0)=1/2$、$Pr(D=2)=Pr(D=-2)=1/4$ となり、θ に依存せず補助統計量となる。ペア $(\tilde{\theta},D)$ は十分統計量を構成する。もし $D=0$ な

らば

$Pr\{\tilde{\theta}=\theta+1|D=0\}=Pr\{\tilde{\theta}=\theta-1|D=0\}=1/2$

が成立し、$D\neq0$ ならば $Pr\{\tilde{\theta}=\theta|D\neq0\}=1$ が成立する。すなわち、D を条件付け変数とするとき、$\tilde{\theta}$ の条件付き分布は、非常に異なる推測を導くことになる。

6.2 外生変数を定義する

同時方程式モデルの枠組みにおいて「外生性（exogeneity）」という概念を狭く定義し、内生変数データが生成されるシステムにとって全く外的な与件と仮定することは、しばしば、統計的推測を容易にするが、そのような想定が妥当する状況は少なく、経済実データへの適用可能性を狭隘なものとする。1970-80年代の計量経済学の範型移行（パラダイムシフト）は、外生性概念の精緻化を含むものであった。経済経験モデルにもとづいて内生変数を予測し、あるいは、政策効果を測定する場合、

⑴ 政策変数は、いかなる状況で、外生変数といえるのか
⑵ 政策シナリオを与件とした条件付推測はいかなる状況において妥当であるのか
⑶ いかなる動学的条件の下で外生変数と内生変数の間にフィードバック関係がないと言えるのか
⑷ 政策の変更は経済主体の行動方程式に含まれる母数のシフトを伴わないのか

等の諸問題に直面する。とくに⑷点目は、ルーカスが提起した批判点である［Lucas（1976）］。これらの問題に答えるためには、「外生性」とは何かについてより踏み込んだ考察が必要とされる。

第4節で紹介した、$y(t)$ を内生変数とする同時方程式システム

$Ay(t)+Bz(t)=\varepsilon(t)$

において、2つの確率過程 $\{\varepsilon(t)\}$ と $\{z(t)\}$ とが確率的に独立であり、さらに $z(t)$ の分布関数に含まれる母数が、A,B および $\varepsilon(t)$ の分布母数 Σ と関数的に独立であるとき、$\{z(t)\}$ は「狭義外生的（strictly exogenous）」と定義することにする。誘導形係数 Φ および撹乱項 $\varepsilon(t)$ の共分散行列 Σ の条件付統計的推測を、この狭義外生変数の観測値を与件とした尤度関数にもとづいて行っても情報損失をこうむることはない。コールズ・コミッションの研究プログラムでは外生変数がこのように定義できる状況を想定していた。ここで、観測データ全体が保有する情報量と外生変数を条件付け変数とする観測データの条件付き分布の保有する情報量が等しいとき情報量損失は発生しない。

十分性と補助性を議論するにあたっては、情報量という概念が中心的な役割を演ずるが、さまざまな情報量の定義のなかで代表的なものとしてファイシャー情報量がある。n 個の確率変数 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ の同時密度関数が $f(x_1,x_2,\ldots,x_n|\theta)$ として与えられているとする。ここで θ は母数で、k 次元のベクトル値をとるものとする。確率変数 $x_1, x_2, \ldots, x_n$ を観測することによってもたらされる θ についてのフィッシャー情報量（あるいは情報行列）を、その (i,j) 要素が

$$I_{ij}(\theta)\equiv E\left\{\frac{\partial}{\partial\theta_i}\log f(x_1,x_2,\ldots,x_n,\theta)\cdot\frac{\partial}{\partial\theta_j}\log f(x_1,x_2,\ldots,x_n,\theta)\right\},\ 1\leq i,j\leq k$$

として与えられる $k\times k$ 行列として定義する。尤度関数が θ の変化に対して平均的にどのくらい敏感に反応するかを、この $I_{ij}(\theta)$ を使って表そうというのが、フィッシャー情報量の考え方である。正則な統計モデルに対して、

$$I_{ij}(\theta)=-E\{\frac{\partial^2}{\partial\theta_i\partial\theta_j}\log f(x_1,x_2,\ldots,x_n|\theta)\}$$

が成立する。十分統計量の情報量は元になるデータの情報量と等しく、補助統計量の情報量

はゼロ行列である。

いかなる状況において、条件付推測が許容されるかという点に議論を限定すると、狭義外生性の条件は十分条件であっても、必要条件ではない。条件付推測（conditional inference）は、フィッシャーが、補助統計量を条件付きにした最尤推定量による推定という限定的な概念枠組みとして導入したものである。

補助統計量の（6.4）による定義は小標本を念頭においている。一般的に、大標本推測において、最尤推定量は漸近的1次十分統計量であるが、高次漸近分布において2次漸近展開まで考えるとフィッシャー情報量損失が発生する。このとき分布が母数を含まない補助統計量を構成して、その補助統計量を与件とした最尤推定量にもとづく条件付推測を行うことで、この2次フィッシャー情報量損失は回復される。つまり、最尤推定量は漸近的に条件付2次十分統計量となる[Hosoya（1988)]。この概念枠組みにおいて、一定の変数を外生変数とすることではなく、分布が母数依存しない統計量を条件付け変数とすることによる最尤推定量の推論が情報を最大限利用することになる。この補助性の概念をコールズコミッション・モデルに対する制限情報最尤法に適用して、適切な漸近的補助統計量を用いて高次漸近情報損失の回復を示した議論した研究として Hosoya, Tsukuda and Terui（1989）がある。

フィッシャーの補助性を一般化して、バーンドルフ - ニールセン（Barndorff-Nielsen, 1978）が導入した概念に S - 補助性（S-ancillarity）がある。エングル - ヘンドリー - リチャードはこの S -補助性の概念を外生性の定義に援用した[Engle, Hendry and Richard（1983）を参照、以下では、この論文を EHR 論文と略記する]。観測系列 $x(t)=(y(t),z(t))$ の過去の値 $X(t-1)\equiv(x(t-1),x(t-2),\cdots)$ を条件付きとした確率密度関数（あるいは分布関数）が

（6.6）　$f(x(t)|X(t-1),\lambda)=f(y(t)|z(t),X(t-1),\lambda_1)f(z(t)|X(t-1),\lambda_2)$

と分解され、$\lambda=(\lambda_1,\lambda_2)$ の母数空間が直積 $\Lambda_1\times\Lambda_2$ の構造をもつとき、すなわち λ_1 と λ_2 の間に従属関係がないとき、$z(t)$ は λ_1 に対して「弱外生的（weakly exogenous)」であると EHR 論文は定義する。すなわち、弱外生とは時系列モデルにおける S -補助性に他ならない。母数 λ_1 の統計的推測を、過程 $\{z(t)\}$ を条件付きで行っても情報量損失はない。この EHR 論文の弱外生性の定義においては、とくにフィッシャーがそもそも導入した、最尤推定法との組み合わせにおける条件付き推測が考慮されているわけではない。また、大標本における漸近的補助統計量の構成や高次漸近情報損出の回復も考慮されていない。EHR 論文は、λ_1 あるいはその関数の推測を実行する限り、確率密度が（6.5）と分解されるとき $z(t)$ を条件付き統計量とすることは、情報量損失を伴わないため、許容されると主張する。そしてこの限りで $z(t)$ は外生変数としての資格を得る。しかし、例6.2の $\hat{l}$ 、および、例6.3の D は、S -補助性の条件を満たすが、むしろ内生変数から構成される統計量であり、システムにとって外的な変数と見なすことはできない。こうした観点から、互いに質の異なるカテゴリーである、外生性と統計的条件付推測とを一括りにすることは適当ではない。

補助統計量それ自体は、第6.1節で見たように、変数間の動学的な相互依存の構造を特徴づけることを目的としていない、純粋に統計的推測に関わる概念であり、本来は最尤推定値の情報量損失を補う目的で（内生変数を含む）統計量からその周辺分布が母数依存しないように構成される統計量である。他方、動学的には $z(t)$

が外生変数であるとは、母数推測を伴う、伴わないに関係なく（母数の値が既知であっても）、$z(t)$ が内生変数 $y(t)$ に効果を及ぼすが、$y(t)$ が $z(t)$ に効果を及ぼすことがないことを含意する。そのため EHR 論文は $z(t)$ が λ_1 に対して弱外生的であり、かつ $\{y(t)\}$ が $\{z(t)\}$ に対して、グレンジャーの意味で原因となっていない場合、$z(t)$ は母数 λ_1 に関して「強外生的（strongly exogenous）」であると定義する。つまり、因果性という観点から、変数を原因変数・結果変数と分類するとき、結果変数は外生変数となることができない。原因変数にはその資格がある。EHR 論文においては、強外生性の定義は原因をグレンジャーの意味での原因変数に限定しているが、この限定には根拠がない。本論の第２節で取り上げた実験における制御された介入変数も外生変数に分類することは十分に妥当である。

「ルーカス批判」に対応するため、$\{z(t)\}$ が強外生的であり、かつ、(6.5) における λ_2 の変更を伴う政策決定に対し、λ_1 が不変であるとき「超外生的（super exogenous）」であると EHR 論文は定義した。すなわち「強外生性」は補助性以外に $\{y(t)\}$ と $\{z(t)\}$ の間の動学的従属性として一方向因果性を考慮する、そして、「超外生性」は、政策介入が λ_2 の変化として表現されるとき、それに伴って行動母数 λ_1 がシフトしないことを意味する。グレンジャー因果性については次節で取り上げる。これに対して、実験的介入における母数の不変性は、$x(t)=(y(t),z(t))$ の非介入観察で検出される（例えば (6.6) という関係の）安定的連関が $z(t)$ を介入的に変更しても持続するかという問題に対応する。

そもそもコールズコミッション・モデルは、第３節で述べたように、比較静学的に、クロスセクション状況で外的条件の変化に応じて、内生変数がいかに決定されるかをモデル化したものであり、動学的連関（フィードバック）は考慮されていなかった。これに対して、EHR 論文は、時系列モデルにおいて、外生性を３つの異なる水準で定義することで、３つの異質な概念を「外生性」という１つの概念に括ろうと試みている。しかし、この試みは、概念の総合に成功したというよりも無理な総合としての観が強い。

７．一方向効果の測定

２系列の時系列間での、フィードバック関係の存在・非存在、因果の方向とその強度など相互依存関係を検出することは、グレンジャーが予測精度の改善というプラグマティックな観点から因果性（あるいはその非存在）を定義して以来、（とくに経済の）時系列データ分析のための主要な視角の一つとなっている［Granger (1963, 69)］。すなわち、一つの時系列 $\{v(t)\}$ が他の時系列 $\{u(t)\}$ の原因となっているのは、予測変数として時系列 $\{v(t)\}$ の追加が、$\{u(t)\}$ の予測に役立つかという観点を基礎としている（グレンジャーは、終始、この観点はノーバート・ウィナーに由来していると主張していた）。

グレンジャー因果性概念は、線型・非線形、定常・非定常、母数型・非母数型などの時系列モデルの類型に応じてさまざまに定義が可能であり、さらにまた、予測精度をいかに測るかに応じて、多様な測度の構成が可能である。Granger 因果性の検定は定常時系列の枠組みで行うのが基本であるが、定常・非定常時系列モデルに対して、時間領域表現を用いた検定、および、周波数領域での因果測度の推定や検定法の大量な研究がある。本節以下では、因果性の論点を単純化、明確化するため、議論を共分散定常（広義定常）時系列にしぼり、予測は１期先平均２乗誤差最適線型予測に限定して叙述す

ることにする。

主題となる2つの定常時系列 $\{u(t)\}$、$\{v(t)\}$ のみに着目するとき、$\{v(t)\}$ から $\{u(t)\}$ へ向かうグレンジャーの因果性の存在・非存在は、$u(t)$ の予測を

（i） 情報 $\{u(s),v(s),s\leq t-1\}$ にもとづく予測

（ii） 情報 $\{u(s),s\leq t-1\}$ にもとづく予測

として実行することによる予測精度を比較して、(i)が(ii)より予測精度を向上するときに、$\{v(t)\}$ から $\{u(t)\}$ へ向かう因果性（因果性の矢印）が存在すると定義する。向上がないとき $\{v(t)\}$ から $\{u(t)\}$ へ向かう因果性が存在しないと定義する。すなわち、グレンジャーにおける因果性の不在は、$u(t)$ の予測のために、$t-1$ 時点までの過程 u の情報に $t-1$ 時点までの v の情報を追加することで予測を改善することがないことを意味する。第2節で述べた介入による因果性の定義とこのグレンジャーの定義は明らかに異なる。しかし、よく設計された実験によって検出された因果効果も、新しいデータに対する予測に役立たない状況では、いかに設計が優れていても、検出された因果効果の有用性をそのまま受け止めることは難しい。

さて、予測方式の予測誤差を定量的に比較するために、1期先予測誤差の共分散行列についてその対数行列式の差に注目する。さらに周波数表現したときに、この予測誤差の差が周波数分解できるためには、追加情報として、$\{v(s),s\leq t-1\}$ を用いるのではなく、$v(t)$ の一方向効果要素を取り出して、その追加による予測精度の向上を計ることが必要とされる。この一方向効果という考えかたは、とくに、第3系列の交絡効果の除去を行うに際して重要となる。2つの時系列の間の因果関係を測定する際に、第3系列のいかなる効果をその2つの時系列から除去することが適切であるかという問題に関わる。著者は、非確定的多変量定常時系列間での因果性の測度と周波数領域での分解を提案した[Hosoya（1991）]。これは、一つの系列 v から他の系列 u への一方向効果を、$t-1$ 時点までの v の一方向効果要素を予測に追加することによる予測誤差の改善として定量的に評価する方法である。この測度では、v から u への因果測度は対応する周波数因果測度の積分に等しい。この周波数領域での接近法には、グレンジャー因果性の不在を検定するのみでなく、周波数ごとの因果性の強度を検定し、またその信頼集合を作成することができるという利点がある。

多変量定常時系列を構成する個々の時系列間の周波数領域における（短期・長期といった周期別）連関性を特徴づける関数として、クロススペクトル（cross spectrum）があるが、これは個々の時系列をスペクトル分解したときの周波数ごとの変動要因間の共分散を表すものであり、時系列間の短期・長期的相互依存関係を分析するために有用である。しかしスペクトルそのものは、直接には、時系列間の時間的変動の先行・遅行性を特徴づけるものではない。この後者の連関を分析するためには、関係する時系列の同時スペクトルの知識だけでは不十分であり、スペクトル密度行列の正準分解と予測の理論が必要となる[たとえば、Hosoya and Takimoto（2010）を参照]。

2つの時系列 $\{u(t)\}$ と $\{v(t)\}$ が、結合過程として、ベクトル値2次定常確率過程であると仮定する。時系列 $\{u(t)\}$ と $\{v(t)\}$ 間の相互作用を一期先予測誤差の観点から定義することができる。$H\{u(t),v(t)\}$ によって $\{u(j),v(k); -\infty<j\leq t, -\infty<k\leq s\}$ が張る線形空間を表すことにする。グレンジャー因果性は因果性の不在を $u(t)$ の $H\{u(t-1),v(t-1)\}$ への射影 $\bar{u}_{-1,-1}(t)$ と $H_u(t-1)$ の上への射影 $\bar{u}_{-1,\cdot}(t)$ が（確率1で）同等であるとき、過程 $\{v(t)\}$ は過程 $\{u(t)\}$ の原

因ではない、として定義する。このグレンジャー因果性の定義に対して、$v(t)$ の $H\{u(\infty)\}$ の上への射影と $H\{u(t)\}$ の上への射影が同等であるとき、v は u に対してシムズの意味で原因ではないと定義する［Sims（1972)］。すなわち、$v(t)$ が t の時点までの u の移動平均と、$\{u(s)\}$ 過程とは直交する確率過程に分解されるとき、シムズの意味で $\{v(t)\}$ は $\{u(t)\}$ の原因とはならない。この2つの定義は同等である［Hosoya（1977）を参照］。

グレンジャーとシムズの因果性は、因果効果の不在を定義する定性的概念であるが、v の中から u に対する一方的効果となる要素を取り出すことが可能である。すなわち、$v(t)$ の $H\{u(t),v(t-1)\}$ への射影残差を $v_{0,-1}(t)$ と表すとき、$v_{0,-1}(t)$ を v の（u に対する）一方向効果とよぶことにする。$v_{0,-1}(t)=0$（零ベクトル）であるとき、v は u の（グレンジャーの意味で）原因ではない。さらに $u(t)$ の情報 $H\{u(t-1)\}$ にもとづく予測値に伴う予測誤差 $u_{-1,\cdot}(t)$ を、$H\{u(t-1),v_{0,1}(t-1)\}$ にもとづく予測誤差（それを $u'_{-1,-1}(t)$ と表す）と比較することにより、すなわち、予測変数として $v_{0,-1}$ を追加することが予測誤差をどの程度減少させるかに注目することにより、v の u に対する因果性の効果を定量的に測ることができる。すなわち、$\{v(t)\}$ から $\{u(t)\}$ への一方向効果全測度（overall measure of one-way effect，OMO）を

$$(7.1)\quad M_{v\to u}=\log\frac{\det Cov\{u_{-1,\cdot}(t)\}}{\det Cov\{u'_{-1,-1}(t)\}}$$

として定義する、ここで Cov は、それぞれ、$u_{-1,\cdot}(t)$ と $u'_{-1,-1}(t)$ の共分散行列を表わす。以下で示すように、この一方向効果測度 $M_{v\to u}$ は非負スカラー量であるが、さらに非負スカラー値の測度（FMO）$M_{v\to u}(\lambda)$ を用いて、周波数ごとの測度の積分として分解することができる。この周波数領域表現の問題は、次節の第3系列が介在する場合の相互従属測度の表現問題と重複するため、ここでは省略することにする。また、時系列 $\{u(t)\}$ と $\{v(t)\}$ との間の時系列従属性を特徴づける測度として、(7.1）の一方向効果測度のほかに、交互測度（measure of reciprocity，OMR，FMR）と連関測度（measure of association，OMA，FMA）が定義できる［Hosoya（1991,2001）を参照］。本論文では議論を定常過程に限定しているが、非定常共和分過程への拡張が可能である［Granger and Lin（1995)、Hosoya（1997a)、Yao and Hosoya（2000)、Hosoya，Yao and Takimoto（2005）を参照］。

8．　第3系列の介在

8.1　偏一方向効果測度

2系列間では一意的な解釈が可能な Granger 因果性概念も、第3の系列が存在する場合には、この第3系列との交絡作用あるいは、第3系列を経由した間接的因果関係が考えられるために、解釈は多様となる。第3系列との相互作用は、主題としている2系列の間に「見かけの」因果性や「間接」因果性といった変則的な関係を生むことが知られている［Granger（1980)、Hsiao（1982）を参照］。

第3系列を $\{z(t)\}$ とするとき、定常過程においてその系列の効果を除去する標準的な方法は、多変量統計解析における偏相関などの偏（partial）概念を時系列解析へ直接拡張することであり、この場合、時系列に特有の生起の時間的順序（時間的前後）関係は無視される。z-効果を除去した後での2系列の因果関係を導出するために、偏クロススペクトルの使用が考えられる［たとえば Granger（1969）を参照］。しかし、$\{z(t),-\infty<t<\infty\}$ によって生成される線型部分空間を $H\{z(\infty)\}$ と表記するとき、

$H\{z(\infty)\}$ への射影は $\{z(t)\}$ の効果を除去する一方法ではあるが、全 z-効果の除去は $\{x(t)\}$ と $\{y(t)\}$ の間の時間順序を考慮したフィードバック関係を歪める可能性がある。この困難を回避するための方法としては、第３系列 $\{z(t)\}$ の全効果ではなく $\{z(t)\}$ 独自の一方向効果要素のみを $\{x(t)\}$ と $\{y(t)\}$ から除去する方法が適切である［Hosoya（2001）参照］。具体的には、$u(t)$ と $v(t)$ によって $x(t)$ と $y(t)$ の $H\{z_{0,0,-1}(\infty)\}$ への射影残差とするとき、第３変数 $\{z(t)\}$ が介在する場合の $\{x(t)\}$ と $\{y(t)\}$ の間の偏因果関係を、$\{u(t)\}$ と $\{v(t)\}$ の間の対応する２系列間単純因果関係と定義することにする。つまり、$\{y(t)\}$ から $\{x(t)\}$ へ向かう偏一方向効果は、$\{v(t)\}$ から $\{u(t)\}$ へ向かう単純一方向効果と定義することにする。

一方向効果測度の具体的な表現を得るために、多変量過程 $\{x(t),y(t),z(t)\}$ 、$-\infty<t<\infty$ 、は平均０の２次ベクトル値定常過程であり、VARMA モデル

$$(8.1)\quad A(L)\begin{bmatrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{bmatrix}=B(L)\begin{bmatrix}\varepsilon_1(t)\\\varepsilon_2(t)\\\varepsilon_3(t)\end{bmatrix}$$

にしたがって生成されるものとする。ここで $x(t),y(t),z(t)$ および $\varepsilon_1(t),\varepsilon_2(t),\varepsilon_3(t)$ はそれぞれ p_1,p_2,p_3-ベクトルであり、$A(L)$ と $B(L)$ はラグ演算子 L の a-次、b-次の多項式である。ただし $A(0)=B(0)=I_{p_1+p_2+p_3}$ とする。さらに $detA(z)$ の零点はすべて単位円の外にあり、$detB(z)$ の零点は単位円上または外にあり $detA(z)$ と共通の零点はないものと仮定する。イノベーション過程 $\{\varepsilon(t)\}$ は平均0、共分散行列 $\Sigma^{\dagger}$ のホワイトノイズであると仮定する。

$z(t)$ から $\{x(t),y(t)\}$ への一方向効果（one-way effect）構成要素とは、予測量として t 時点までの $\{x(s),y(s)\}$ と $t-1$ 時点までの $\{z(s)\}$ を用いた線型最良予測による $z(t)$ の予測誤差と定義することにする。形式的には、３系列のシステム $\{x(t),y(t),z(t)\}$ の場合には、$z(t)$ の一方向効果は $z(t)$ を $\{x(s),y(s),z(s-1),\ -\infty<s\leq t\}$ によって生成される線形部分空間への射影として与えられる。そしてこの一方向効果要素を $z_{0,0,-1}(t)$ と表記することとする。これは $\{x(t),y(t),z(t)\}$ を全体として考えたときの $z(t)$ のイノベーションのうち $\{x(t),y(t)\}$ のイノベーションでは説明できない部分と確率的に同等である。

$A(z)$ と $B(z)$ の根条件から、スペクトル密度の正準因子行列 $\Lambda(z)$ は

$$\begin{aligned}\Lambda(z)&=A(z)^{-1}B(z)\Sigma^{\dagger\frac{1}{2}}\\&=(\det A(z))^{-1}A^{\#}(z)B(z)\Sigma^{\dagger\frac{1}{2}}\\&\equiv(\det A(z))^{-1}C(z)\end{aligned}$$

として与えられる。ここで、$\Sigma^{\dagger\frac{1}{2}}$ は共分散行列 $\Sigma^{\dagger}$ のコレスキー因子であり、$A^{\#}$ は $A(z)$ の転置余因子行列を表す。$C(z)(\equiv A^{\#}(z)B(z)\Sigma^{\dagger\frac{1}{2}})$ は

$$C(z)=\sum_{j=0}^{\bar{a}}C[j]z^j,\ \ \bar{a}\equiv(p_1+p_2+p_3-1)a+b$$

と表わされる有限次数の行列係数多項式である。$x(t)$ と $y(t)$ の部分空間 $H\{z_{0,0,-1}(\infty)\}$ への射影残差をそれぞれ $u(t)$ と $v(t)$ として表わし、結合過程 $\{u(t),v(t)\}$ のスペクトル密度関数を $h(\lambda)$ と表わすことにする。このとき、$\tilde{\Lambda}(z)$ を

$$\tilde{\Lambda}(z)=C(z)\begin{bmatrix}\Sigma_{..}^{\dagger-1/2} & 0\\ 0 & (\Sigma_{33\cdot.}^{\dagger})^{-1/2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{p_1+p_2} & 0\\ -\Sigma_{3\cdot}^{\dagger}\Sigma_{..}^{\dagger-1} & I_{p_3}\end{bmatrix}$$

として定義し、その $(p_1+p_2)\times(p_1+p_2)$ 対角ブロック行列を $\tilde{\Lambda}_{..}(z)$ と表記すると、

$$h(\lambda)=\frac{1}{2\pi}|\det A(e^{-i\lambda})|^{-2}\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})^{*}$$

が成立する。このように密度関数が共通スカラー因子を含む場合は、一方向測度をはじめすべての測度がこの共通因子 $|\det A(z)|^{-1}$ に依存しないことが証明できる。このため、この因子を無視して $\{u(t),v(t)\}$ の密度が、そもそも、

$$k(\lambda)=\frac{1}{2\pi}\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})^*$$

として表現されるとしても一般性を失うことはない。ただし、$\tilde{\Lambda}(z)$ は正準行列であるが、その部分行列 $\tilde{\Lambda}_{..}(z)$ が正則因子である保証はない、そのため正準でない場合は、適当な正準化アルゴリズムを用いて、正準因子 $\Gamma(z)$ を構成して、

$$(8.2)\quad k(\lambda)=\frac{1}{2\pi}\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})\tilde{\Lambda}_{..}(e^{-i\lambda})^* =\frac{1}{2\pi}\Gamma(e^{-i\lambda})\Gamma(e^{-i\lambda})^*$$

と分解することが測度の構成には必要であり、かつまた、こうした分解は可能である[正準分解の数値アルゴリズムについては、Hosoya and Takimoto（2010）を参照]。

$\{z(t)\}$ が介在する状況での $\{x(t)\}$ と $\{y(t)\}$ の間の偏相互依存測度は、すでに見たように、$\{u(t)\}$ と $\{v(t)\}$ の間の対応する測度として定義することにする。一般性を失うことなく、$\{u(t),v(t)\}$ のスペクトル密度行列は $k(\lambda)$ であり、$k(\lambda)$ は（8.2）の右辺のように正準分解されると仮定することにする。正準分解（8.2）から、$\{u(t),v(t)\}$ は1段階先予測誤差を用いた次のMAモデルで表すことができる。1段階先予測誤差を $\epsilon(t)\equiv(\epsilon_1(t)^*,\epsilon_2(t)^*)^*\equiv(u_{-1,-1}(t)^*, v_{-1,-1}(t)^*)^*$ と定義すると、

$$\begin{bmatrix}u(t)\\v(t)\end{bmatrix}=\Gamma(L)\Gamma(0)^{-1}\begin{bmatrix}\epsilon_1(t)\\\epsilon_2(t)\end{bmatrix}$$

として有限次数の移動平均モデルで表すことができる。ここで、$E\{\epsilon(t)\}=0$ であり、また $E\{\epsilon(t)\epsilon(t)^*\}=\Gamma(0)\Gamma(0)^*=\Sigma$ が成立する。さらに

$$(8.3)\begin{bmatrix}\epsilon_1^\dagger(t)\\\epsilon_2^\dagger(t)\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\Sigma_{11}^{-1/2} & 0\\ 0 & \Sigma_{22:1}^{-1/2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{p_1} & 0\\ -\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1} & I_{p_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\epsilon_1(t)\\\epsilon_2(t)\end{bmatrix} \equiv\Xi\epsilon(t)$$

として、$\epsilon(t)$ を $\epsilon^\dagger(t)$ に標準変換する。この変換により、$E\{\epsilon^\dagger(t)\epsilon^\dagger(t)^*\}=I_{p_1+p_2}$ が成立することが分かる。こうして移動平均表現

$$(8.4)\quad \begin{bmatrix}u(t)\\v(t)\end{bmatrix}=\Gamma(L)\Gamma(0)^{-1}\Xi^{-1}\Xi\epsilon(t) \equiv\Gamma^\dagger(L)\epsilon^\dagger(t)\equiv\begin{bmatrix}\Gamma_{11}^\dagger(L) & \Gamma_{12}^\dagger(L)\\ \Gamma_{21}^\dagger(L) & \Gamma_{22}^\dagger(L)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\epsilon_1^\dagger(t)\\\epsilon_2^\dagger(t)\end{bmatrix}$$

に到達する。変換（8.3）によって、$\epsilon_2^\dagger(t)$ は $v(t)$ から $u(t)$ への標準化された一方向効果であることに注意する。（8.4）より

$$u(t)=\Gamma_{11}^\dagger(L)\epsilon_1^\dagger(t)+\Gamma_{12}^\dagger(L)\epsilon_2^\dagger(t)$$

が成立するから、$u(t)$ における $v(t)$ からの一方向因果効果は $\Gamma_{12}^\dagger(L)\epsilon_2^\dagger(t)$ であるとして明示的に取り出すことができる。こうして、（8.4）より、$\{z(t)\}$ が介在する状況での $\{y(t)\}$ から $\{x(t)\}$ への周波数別偏一方向効果測度（frequency-wise partial measure of one-way effect）は

$$(8.5)\quad PM_{y\to x:z}(\lambda)=\log\det\{I_{p_1} +\Gamma_{11}^\dagger(e^{-i\lambda})^{-1}\Gamma_{12}^\dagger(e^{-i\lambda})(\Gamma_{11}^\dagger(e^{-i\lambda})^{-1}\Gamma_{12}^\dagger(e^{-i\lambda}))^*\}$$

と定義される、ここで $\Gamma_{ij}^\dagger(e^{-i\lambda})$ は（8.4）の右辺で定義される部分行列である。

$\{y(t)\}$ から $\{x(t)\}$ への偏一方向効果全測度は（7.1）より

$$PM_{y\to x:z}\equiv M_{v\to u}=\log\frac{\det Cov\{u_{-1,\cdot}(t)\}}{\det Cov\{u'_{-1,-1}(t)\}}$$

と表される、記号法 $u_{-1,\cdot}(t)$ と $u'_{-1,-1}(t)$ はそれぞれ（7.1）で定義した通りである。（8.5）で定義した偏一方向周波数測度の周波数領域上での積分は偏一方向全測度に等しいこと

$$PM_{y\to x:z}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}PM_{y\to x:z}(\lambda)d\lambda$$

が成立する[Hosoya（1991, p.433)]。

8.2 因果測度の統計的推定と検定

これまで概説してきた偏因果諸測度に対しては、実際のデータ生成状況に対応するさまざまな定常・非定常時系列モデル上で、有限観測値

にもとづく統計的推測を実行することができる。モデルは通常未知母数 ψ を含んでいて、偏因果測度もこの母数の関数になっていると考えられる。

定常過程 $\{x(t),y(t),z(t)\}$ はモデル（8.1）によって生成される多変量 ARMA 過程であると仮定し、以下の記号は8.1節で定義されたものと同じであると仮定する。有限標本 $\{x(t),y(t),z(t);t=1,\cdots,T\}$ にもとづいて、偏因果測度を推定するには、$\psi=(A(L),B(L),\Sigma^{\dagger})$ の推定値 $\hat{\psi}=(\hat{A}(L),\hat{B}(L),\hat{\Sigma}^{\dagger})$ を代入して求めることができる。

$G(\psi)$ は m -ベクトルあり、その要素は第7.1節で与えた諸測度であるとする。たとえば要素が $G_1(\psi)=\dfrac{1}{2\varepsilon}\displaystyle\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}PM_{x\to y:z}(\lambda|\psi)d\lambda$ と $G_2(\psi)=\dfrac{1}{2\varepsilon}\displaystyle\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}PM_{y\to x:z}(\lambda|\psi)d\lambda$ から構成される2–ベクトル $G(\psi)$ はある小さい正数 ε に対して長期的（低周波の）一方向効果を測定する。定常モデルの広い類に対して、サイズ T の観測値にもとづく最尤推定値あるいはウィットル最尤推定値を $\hat{\psi}$ とするとき、$\sqrt{T}(\hat{\psi}-\psi)$ は漸近的に $N(0,\Omega(\psi))$ にしたがう、ただしここで ψ は真の値であり、$\Omega(\hat{\psi})$ は $\Omega(\psi)$ の一致推定値である[大標本理論については Hosoya（1997b）を参照]。要素を $\{\partial G_i(\psi)/\partial\psi_j\}$ とするヤコビ行列を $D_{\psi}G$ で表すと、$\sqrt{T}(G(\hat{\psi})-G(\psi))$ は漸近分布 $N(0,H(\psi))$ をもつ、ここで

$$H(\psi)=D_{\psi}G(\psi)^{*}\Omega(\psi)D_{\psi}G(\psi)$$

である。このとき $G(\psi)$ についての推測は Wald 統計量

$$T\{G(\hat{\psi})-G(\psi)\}^{*}H(\hat{\psi})^{-1}\{G(\hat{\psi})-G(\psi)\}$$

にもとづいて行うことができる。この統計量は、$H(\psi)$ が正値定符号であるかぎり、漸近的に自由度 m の χ^2 分布にしたがう。この統計量にもとづいてグレンジャー非因果性を検定できるのみならず、$G(\psi)$ の信頼性命題を作成することが可能である。

8.3　応用事例：期間スプレッドと経済成長率

資産価格は予見的に形成されるため、経済活動を予測するために利用できるということは定型的事実とされている。とりわけ、期間スプレッド（長期利子率と短期利子率の差）による、経済成長率、不況、鉱工業生産、インフレーションの予測に関しては大量な経験分析が行われている[包括的な研究展望としては、Stock and Watson（2003）および Wheelock and Wohar（2009）を参照]。研究者により見解の相違があるが、比較的共通した事実認定としては、期間スプレッドの予測能力は時期と国によって異なり、一般論は成立しない。米国では、1980年代中頃を境にして、前期では比較的に高い予測力が認められるが、後期はそれが低下している[Stock and Watson（2003）]、また日本については、期間構造が有効な予測変数であったのは1984–1991年のみであった[Kim and Limpaphayom（1997）]という指摘がある。

期間スプレッドの予測能力が低い時期について、ストック - ワトソンは、グレンジャーの因果性の標本内有意性検定が有効でないことを強調している。つまり原因変数の有意性の検出は予測に有用であることを意味しないと主張する。標本外予測に対してグレンジャー検定が有効に働かない理由として、彼らはモデル母数が変化するためと考えている。つまり、対立仮説のパラメータが時間変動する場合、標本内で有意であっても、標本外で係数が変化して予測に役立たなくなることがあると主張する。グレンジャー（非因果性）帰無仮説が棄却される場合（つまり原因変数が有意である場合）、もし（母

図 8.1　TS、GDP と M2

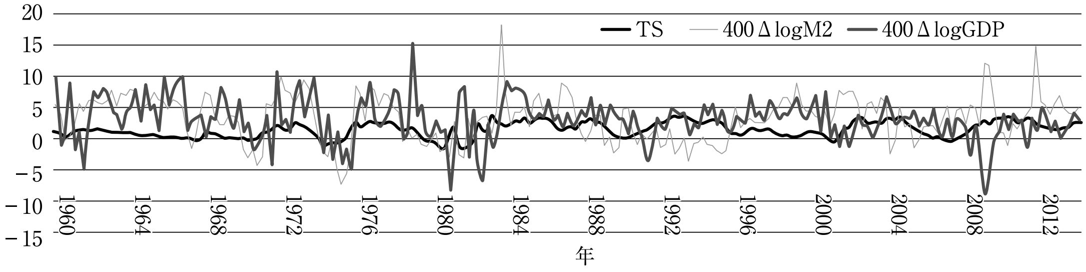


図 8.2　相互依存測度（1959Q1－1998Q4）

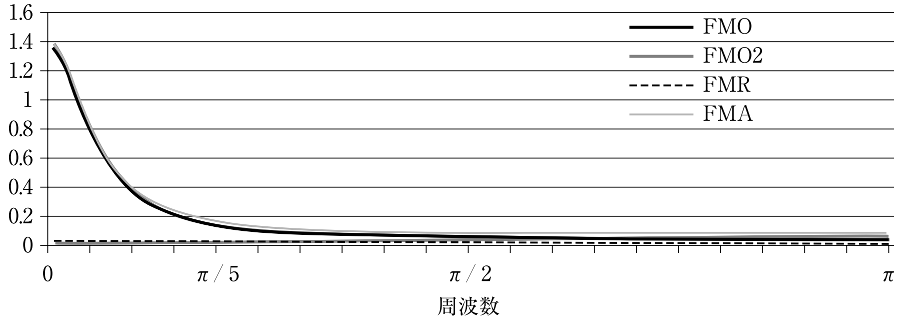
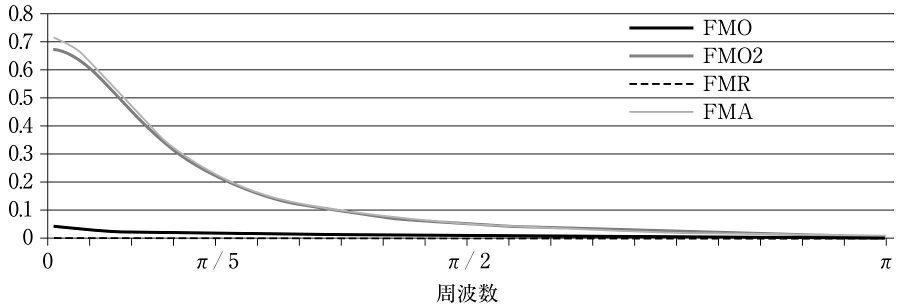


図 8.3　相互依存測度（1993Q1－2013Q4）



数値一定の）対立仮説が真であれば、その対立仮説にもとづいて予測したモデルにおいて予測が改善することを、ストック - ワトソンは否定しているわけではない。本論文での一方向効果の考えは、たとえ母数が時間的に一定であっても、一方向因果性の度合いが小さければ、たとえグレンジャー帰無仮説が棄却されても、予測に役立たないという考え方であり、この点で、ストック - ワトソンとは異なる視点を用いている。経験分析への応用例として、アメリカ経済における期間スプレッド TS と経済成長率との間のそれぞれの向きの一方向効果の推定結果を、第 3 系列として貨幣量 M2を用いて計測した例を示す。経済成長率としては Δ logGDP、貨幣残高としては Δ logM2を使用する。また、データは1959年 Q1から2013年 Q4の期間に関して 4 半期データを使用する（図8.1は全期間の変動を示す）。期間を 1959Q1-1998Q4 と 1993Q1-2013Q4の 2 期間に分けて推定・検定を行った。3 変量 ARMA モデルに対して 2 段階推定法を適用して、モデルはいずれの期間も VARMA（1,1）が選択された。このモデルに

もとづいて母数の推定値を求め、諸測度を推定した［推定法の詳細は Takimoto-Hosoya（2006）を参照］。図8.1は時系列を示している。図8.2と8.3は、それぞれの期間について、モデル母数の推定値にもとづいて推定した相互依存測度を示している。すなわち、第３系列である貨幣残高からの一方向効果を除去したあとの TS から成長率、および成長率から TS への偏一方向効果測度 FMO、FMO2、と相互測度 FMR および連関測度 FMA をそれぞれ周波数別に示している。全体としては、前半期では FMO が低周波（長周期）で高い値を示し、ワルド検定でも有意な効果が検出されるが、対照的に、後期の1993年以降は FMO も FMO2も有意な一方向効果は見られない［この TS と経済成長率の経験分析とその計算結果の詳細については、Takimoto-Hosoya（2014）を参照］。1990年代以降の依存関係の大きな変化が特徴的である。

9．まとめ

ザイゼルとケイは、その著書『数字で立証する』のなかで、次のように述べている：「あらゆる実験の基本的な限界は、実験というものが特定の場所で、特定の時間に、実験計画が定めた特定の条件の下で実行されることにある。サーチライトのように強力に照射するが、その光は狭い範囲に落ちる。巧緻に設計された実験では、他の変数の値を（ランダム変動を除いて）固定した上で、関心のある変数が実験者による制御変数の変化にいかに反応するかを明らかにする」［Zeisel and Kaye（1997、p.6）］。

外挿とは、収集されたデータの範囲内（標本内）で得られた結論を、その範囲の外（標本外）でも成立するものとして一般化することを指す。さらに同書において、「対照実験は基本的に単純な構造をしており、それが適切に実行されれば膨大な知識が蓄積されるのではないか、という印象を与えるかもしれない。しかし、多くの場合、実験から生み出されるものは限定的である。その主たる理由は、あらゆる実験が狭い展望しか持たないことにある。実験は一定の母集団から抽出された一定の標本に対して、ある場所で、ある時間に、限定された数の処置を用いて行われる。これらの限定された条件から外挿することには、いつでも疑問が伴う。」とザイゼル-ケイは主張している［Zeisel and Kaye（1997、p.26）］。

第３系列 $\{z(t)\}$ を考慮しても、まだ潜伏時系列の効果が残存する可能性はあるが、これはあらゆる経験分析に共通する問題であり、いかに適正に設計された対照実験においても、潜伏変数の効果の可能性を完全に排除していると主張することはできない。因果関係という概念は、介入による実験結果に限定して使用すべきであり、観察データに認めるべきでない、という主張があるが（Holland、1986）、これは原理的に妥当でない。観察データの受動性が排除できるかは程度の問題であり、よく設計された対照実験においても観察研究の側面は残存する。因果性をあまりに狭く定義することは、この概念の適用を困難とする。また、実験研究で得られた処理のもたらす効果測定が因果性の確証となるためには、その知識が予測精度の向上をもたらす必要があり、この意味でグレンジャーの因果性概念は介入実験の因果性と重なる部分はあり、まったく異質という訳ではない。

考慮されるべき点としては、⑴対照ランダム実験を介入調査の範型として、研究目的に対応した良質なデータの収集、⑵原因変数や反応変数と主題化されない変数との相互作用、⑶因果性検出に適切なモデル作成と統計分析法、などが挙げられるであろう。経験的因果性の成立については、厳密な定義に頼ることよりも、第１

節で紹介したヒルの７つの要件のような多角的な視野からの経験的整合の検討が必要とされるであろう。

参考文献

Barndorff-Nielsen, O. (1978). *Information and Exponential Families: In Statistical Theory*, John Wiley, Chichester.

Basu, D. (1964). Recovery of ancillary information, *Sankhya*, **21**, 247–256.

Birnbaum, A. (1962). On the foundations of statistical inference (with discussion), *Journal of American Statistical Association*, **57**, 269–326.

Cox, D.R. (1958). Some problems connected with statistical inference, *Annals of Mathematical Statistics*, **29**, 357–372.

Engle, R.F., Hendry, D.F. and Richard, J.-F. (1983). Exogeneity, *Econometrica*, **51**, 277–304.

Fisher, R.A. (1925). Theory of statistical estimation, *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, **22**, 700–725.

Fisher, R.A. (1934). Two new properties of mathematical likelihood, *Proceedings of Royal Society* (*London*), **A 144**, 285–307.

Fisher, R.A. (1956). *Statistical Methods and Scientific Inference*, Oliver and Boyd, Edinburgh.

Granger, C.W.J. (1963). Economic process involving feedback, *Information and Control*, **6**, 28–48.

Granger, C.W.J. (1969). Investigating causal relations by cross-spectrum methods, *Econometrica*, **39**, 424–438.

Granger, C.W.J. (1980). Testing for causality: a personal view-point, *Journal of Economic Dynamics and Control*, **2**, 329–352.

Granger, C.W.J. and Lin, J.L. (1995). Causality in the long run, *Econometric Theory*, **11**, 530–536.

Hinkley, D.V. (1980). Likelihood, *The Canadian Journal of Statistics*, **8**, 151–163.

Holland, P. (1986). Statistics and causal inference (with discussion). *Journal of the American Statistical Association*, **81**, 945–970.

Hosoya, Y. (1977). On the Granger condition for non-causality, *Econometrica*, 45, 1735–1736.

Hosoya, Y. (1988). The second-order Fisher information, *Biometrika*, **75**, 265–274.

Hosoya, Y. (1991). The decomposition and measurement of the interdependency between second-order stationary processes. *Probability Theory and Related Fields*, **88**, 429–444.

Hosoya, Y. (1997a). Causal analysis and statistical inference on possibly non-stationary time series, *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Application*, *Seventh World Congress* Vol.**III**, Chapter 1, 1–33, eds D.M. Kreps and K.F. Wallis, Cambridge University Press Cambridge.

Hosoya, Y. (1997b). A limit theory for long-range dependence and statistical inference on related models, *The Annals of Statistics*, **25**, 105–137.

Hosoya, Y. (2001). Elimination of third-series effect and defining partial measures of causality, *Journal of Time Series Analysis*, **22**, 537–554.

Hosoya, Y., Tsukuda, Y. and Terui, N. (1989). Ancillarity and the limited information maximum-likelihood estimation of a structural equation in a simultaneous equation system, *Econometric Theory*, 5, 384–404.

Hosoya, Y., Yao, F. and Takimoto, T. (2005). Testing the one-way effect in the presence of trend breaks, *The Japanese Economic Review*, **56**, 107–126.

Hosoya, T. and Takimoto, T. (2010). A numerical method for factorizing the rational spectral density matrix, *Journal of Time Series Analysis*, **31**, 229–240.

Hsiao, C. (1982). Time series modelling and causal ordering of Canadian money, income and interest rates, *Time Series Analysis: Theory and Practice I*, ed. O.D. Anderson, 671–98, North-Holland, Amsterdam.

Kim, K.A. and Limpaphayom, P. (1997). The effect of economic regimes on the relation between term structures and real activity in Japan, *Journal of Economics and Business,* **49**, 379–392.

Lucas, R. (1976). Econometric policy evaluation: A critique, *The Phillips Curve and Labor Markets*, I, Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy, 19–46.

Sims, C. (1972). Money, Income and Causality, *American Economic Review*, **LXII**, 540–552.

Stock, J.H. and Watson, M.W. (2003). Forecasting output and inflation: The role of asset prices, *Journal of Economic Literature*, **XLI**, 788–829.

Takimoto, T. and Hosoya, Y. (2006). Inference on the cointegration rank and a procedure for VARMA root-modification, *Journal of Japan Statistical Society*, **36**, 149–171.

Takimoto, T. and Hosoya, Y. (2014). Inference on the partial measures of time-series interdependence. *Unpublished paper*.

Wheelock, D.C. and Wohar, M.E. (2009). Can the term spread predict output growth and recession? A Survey of the literature, *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, **91**, 419–440.

Yao, F. and Hosoya, Y. (2000). Inference on one-way effect and evidence in Japanese macroeconomic data, *Journal of Econometrics*, **98**, 225–255.

Zeisel, H. and Kaye, D. (1997). *Prove It with Figures: Empirical Methods in Law and Litigation*, Springer, New York.