経営意志決定におけるファジィ理論の応用

（１）階層化意志決定法 AHP の活用

Fuzzy Logic Applications for Managerial Decision Making

阿部克己

Katsumi Abe

要旨

ファジィ理論の開発者 L.Zadeh 曰く、「厳密さを欠き、また不確実さをもつことがらを大まかに受け入れて活用できるということは、人間の能力の顕著な特徴である。例えば、まがりくねったお話を理解できたり、まとまりのない手書きを解読したり、・・・、イメージを認識し分類したり、等々。もっと一般化して言えば、不確実で厳密性のない環境のうちにあって合理的な決定ができる、という能力である [1)]。」（Zadeh 1992）

従来の科学的理論の多くが、２値論によって形式的に体系立てられており、それに対してファジィ理論は抽象性や多値論を通してより現実的な認識で対処する理論である。もともと自動制御の分野で開発・応用されたが、近年は社会科学の分野で広く活用されている。本報は、相対比較値（一対比較法による比率尺度）の行列から固有ベクトル法 [2)] によってファジィメンバーシップ値を推定する階層化意志決定法 AHP を活用して評価項目のウエイトを決定し、代替案の優位順位づけに単調性の効果を考慮するショケ積分を応用する事例を示す。

１　階層化意志決定法（*AHP: Analytic Hierarchy Process*）

不確定な状況下での意志決定のプロセスには、決定すべき問題とその解決の代替案がいくつもある。代替案の中から１つを選ぶために、階層構造の中で複雑な評価基準を、しかも判断者の主観的な評価というアイマイな尺度によってくみ上げられ、最終的な結論に導かれるというケースが多い。例えば、研究所の新しいプロジェクトのリーダーを決める場合、まず何人かの候補者数人をあげ、過去の実績や能力を評価して１人のリーダーに絞っていくことになる。まず評価項目が決められ、当該プロジェクトの性格からそれらの項目の重要度（重み）が評価される。次いでそれぞれの項目、例えば「人柄」、「創造性」、「技術力」、「実行力」について候補者の評価がなされる（黒澤 2003、Section 12）。複数の代案を最終的な目標について評価し、それらの中から最良のものを選定するのである。その場合、問題の性質によって構成される代案を評価する基準やフィルターを階層的に構成して

代替案を段階的に評価していく仕組みがこの方法の特徴である。この評価プロセスには経験者の知見や感覚を動員するのである。

AHP法では、同じ階層水準の構成要素について２つずつ取り上げそこでの評価項目についてペア比較すること（一対比較）、しかも一方が他方に対して、「同じくらい良い」、「より優れている」、「遙かに優れている」、「絶対に優れている」、などのように日常生活で重要度や価値について誰もが用いるような表現、つまりアイマイなファジイ評価を構成要素に対してすべての一対比較を行うことによって進められる。定量的に評価できないような定性的項目について（日常の評価は大半がこれ）、経験者の主観的評価を積極的に活用し、項目間の相対値への主観的判断を数理的に展開し、間接的に項目間のウエイト付けを全体における整合性を保証するように導く。

評価項目の重要度（ウエイト）はプロジェクトの性格から決められるだろう。一対比較によって、「創造性」VS「人柄」、「創造性」VS「技術力」、・・・のように全ての一対組み合わせについてファジィ評価（大まかな評価）を行う。しかる後に、例えば上の例では「人柄」、「創造性」、「技術力」、「実行力」各項目について、A氏はB氏に対して大体同じ、A氏はC氏に対しては遥かに優れている、のように２人の全ての組み合わせ間のファジィ評価をする。A氏は、複数人の間でどうか、という比較はやらない。評価者は２人間の比較を主観的に進めるので作業は極めて簡単である。

数理の仕組みとしては、ファジイ部分集合間の仮定として設定されたメンバーシップ値の相対比較値（比率尺度）の行列から、それの正規化された固有値としてメンバーシップ値を推定する方式である（黒沢 2003、p.35)。

1.1　評価項目間一対比較行列の作成とウエイトの決定

事例を示そう。最近の新聞記事に高級ミラーレス一眼レスカメラの専門家の評価があった（新製品バトル：日本経済新聞、2012.1.5)。代表的カメラメーカーの製品について、その「機能」、「使い勝手」、「コストパフォーマンス」、「デザイン」についてのカメラ専門家の評価記事である。対象は３機種であったが１機種追加して次ぎの４機種を取り上げる。

機種Ａ　ニコン１V1（ニコン）、機種Ｂ　ルミックス DMC-GX1（パナソニック）、機種Ｃ NEX-7（ソニー）、機種Ｄ　E-P3（オリンパス）

AHP評価によって購入したい機種の順位づけをする。選定は各機種に対する専門家の評論をベースに、著者自身のカメラに対する経験・知見と趣味・趣向を反映した評価をしてどのカメラを購入すべきか、という主観的意思決定の問題である。

評価の最終目標は第 1 水準、「ベストのカメラ」に置かれる（図１）。そこに至るための評価項目は第 2 水準に置く。必要なら第 3 水準があってもよい。要は最底辺の水準に末端の評価対象（ここでは選定対象となるカメラ機種）が置かれる。要するに複数個の要素が一つ上の要素と関連づけられる構造になる。各水準の要素数は最大７つ程度とされる（ここでは４つ)。

１）　評価項目のウエイトの決定

評価項目である「機能」、「使い勝手」、「デザイン」、「コストパフォーマンス」をどのよ

うに重み付けをするかは評価者の趣味・趣向・経済力等によるだろう。

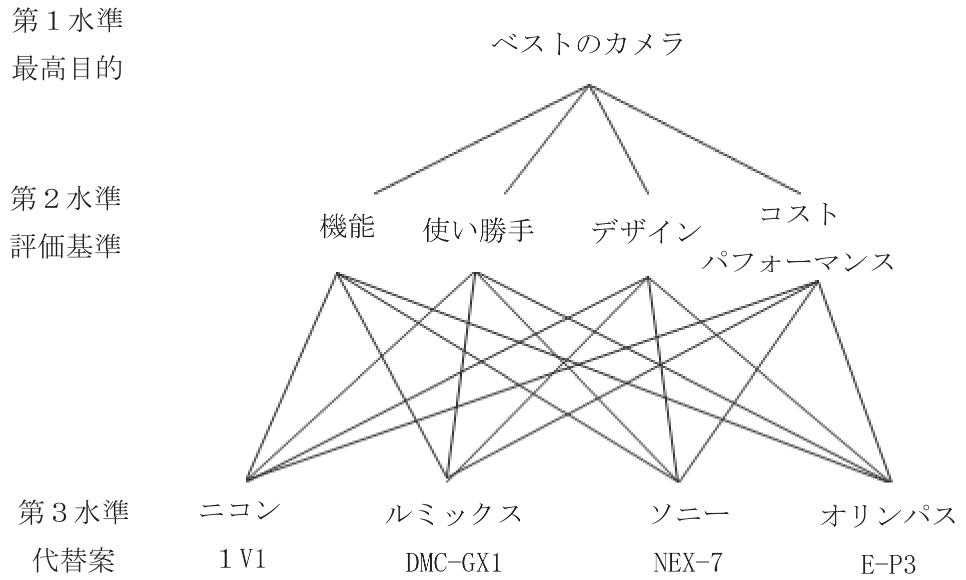


図１　機種の順位評価の目的別階層構造

ここでは著者の主観で決定するが、第２水準の評価項目の優越順位を一対比較によって２つずつの組、 i 項目の j 項目に対する重要さをファジイ評価し、一対比較マトリクス $A=[a_{ij}]$ を完成する。A はファジイ集合である。

$$
\begin{array}{ccc}
 & & \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \text{機能} & \text{使勝手} & \text{デザイン} & \text{コスト} \end{array} \\
A=\left[a^{ij}\right]= & \begin{array}{cc} x_1 & \text{機能} \\ x_2 & \text{使勝手} \\ x_3 & \text{デザイン} \\ x_4 & \text{コスト} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

X_j に対し、X_i は	
同じくらい重要	1
中間	2
若干重要	3
中間	4
重要	5
中間	6
とても重要	7
中間	8
絶対重要	9

i 項目は j 項目に対してどのくらい重要か、という２つの項目間を感覚で上に示したような基準でファジイ評価する。例えば、「機能」は「使い勝手」に対して若干重要（$a_{12}=3$）、デザインに対しても若干重要（$a_{13}=3$）、コストパフォーマンスに対しては重要（$a_{14}=5$）と判断している。$a_{ij}>1$ は、i 項目は j 項目に対してより重要ということを意味する。その逆は逆であり、j の i 項目に対する評価は i の j に対する評価の逆数となる。また $i=j$ 項目に対する比較は、いわば己自身との比較であるから重要さは同じ（評価値は１）とする。

２）　固有値法による λ_{max} と W^T（プライオリティベクトル）の計算

A に基づいて λ_{max} とそれに対応した W^T（ファジィメンバーシップ値）を求める。W の初期値を（1,1,1,1）とする。通常の行列の計算を行って、$A \cdot W^{(1)}$ =(12.0000,13.3333,4.5333,1.6762)となる。そのベクトルの要素の合計は、ΣAW=31.5429、これを $\lambda^{(1)}$ とする。これでベクトル $AW(1)$ の各要素を割って元の和が 1 になるように正規化する。$W^{(2)}$=（0.3804, 0.4227, 0.1437, 0.0631）が得られる。

$$
A \cdot W^{(1)} = \left[a^{ij}\right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{W^{(1)}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 12.0000 \\ 13.3333 \\ 4.5333 \\ 1.6762 \end{pmatrix}}_{AW^{(1)}} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 0.3804 \\ 0.4227 \\ 0.1437 \\ 0.0631 \end{pmatrix}}_{W^{(2)} = \frac{AW}{\Sigma AW}}
$$

$$
\lambda^{(1)} = \Sigma AW = 31.5429
$$

$$
\text{整合度（}CI : Consistency\ Index) = \frac{\lambda^{(1)} - n}{n-1} = \frac{31.5429 - 4}{4-1} = 9.1810
$$

$$
\text{補正比（}CR : Consistenncy\ Ratio) = \frac{CI}{RI} = \frac{9.1810}{0.9} = 10.2011
$$

整合性は、整合度指数 CI（上記）によって計算し、これを補正して整合性判定の指標として整合比 *CR: Consistency ratio* を用いる。CR は CI をランダムインデックス RI で割った値である。RI は項目数の場合、0.9 として補正する。$CR \leqq 0.1 \sim 0.15$ であれば整合的であ

$$
A \cdot W^{(2)} = \left[a^{ij}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0.3804 \\ 0.4227 \\ 0.1437 \\ 0.0631 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0.3804 \\ 0.4227 \\ 0.1437 \\ 0.0631 \end{pmatrix}}_{W^{(2)}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2.3454 \\ 1.6401 \\ 0.5145 \\ 0.2375 \end{pmatrix}}_{AW^{(2)}} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 0.4951 \\ 0.3462 \\ 0.1086 \\ 0.0501 \end{pmatrix}}_{W^{(3)} = \frac{AW}{\Sigma AW}}
$$

$$
\lambda^{(2)} = \Sigma AW = 4.7375
$$

$$
\text{整合度（}CI : Consistency\ Index) = \frac{\lambda^{(2)} - n}{n-1} = \frac{4.7375 - 4}{4-1} = 0.2458
$$

$$
\text{補正比（}CR : Consistenncy\ Ratio) = \frac{CI}{RI} = \frac{0.2458}{0.9} = 0.2732
$$

るとされる。上記は全く整合的でないから、第２ステップの計算入る。すなわち、$A \cdot W^{(2)}$の計算に入る。

さらに、$A \cdot W^{(3)}$の計算をして整合度を見る。

$$
A \cdot W^{(3)} = \left[a^{ij}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0.4951 \\ 0.3462 \\ 0.1086 \\ 0.0501 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}}_{A \downarrow} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0.4951 \\ 0.3462 \\ 0.1086 \\ 0.0501 \end{pmatrix}}_{W^{(3)} \downarrow} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2.1101 \\ 1.4052 \\ 0.4933 \\ 0.2348 \end{pmatrix}}_{AW^{(3)} \downarrow} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 0.4973 \\ 0.3311 \\ 0.1162 \\ 0.0553 \end{pmatrix}}_{W^{(4)} = \frac{AW}{\Sigma AW} \downarrow}
$$

$$
\lambda^{(3)} = \Sigma AW = 4.2434
$$

$$
\text{整合度}（CI : Consistency\ Index) = \frac{\lambda^{(3)} - n}{n-1} = \frac{4.2434 - 4}{4-1} = 0.0811
$$

$$
\text{補正比}（CR : Consistenncy\ Ratio) = \frac{CI}{RI} = \frac{0.0811}{0.9} = 0.0901
$$

同様の手続きで $A \cdot W^{(4)}$を下のように計算して整合度を見ると、*CI=0.1122, CR=0.1247* となり、整合性は悪くなる。

$$
A \cdot W^{(4)} = \left[a^{ij}\right] \cdot \begin{pmatrix} 0.4973 \\ 0.3311 \\ 0.1162 \\ 0.0553 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 5 \\ 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/3 & 1/5 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/7 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}}_{A \downarrow} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0.4973 \\ 0.3311 \\ 0.1162 \\ 0.0553 \end{pmatrix}}_{W^{(4)} \downarrow} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2.1161 \\ 1.4655 \\ 0.5142 \\ 0.2408 \end{pmatrix}}_{AW^{(4)} \downarrow} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 0.4880 \\ 0.3379 \\ 0.1186 \\ 0.0555 \end{pmatrix}}_{W^{(5)} = \frac{AW}{\Sigma AW} \downarrow}
$$

$$
\lambda^{(4)} = \Sigma AW = 4.3367
$$

$$
\text{整合度}（CI : Consistency\ Index) = \frac{\lambda^{(4)} - n}{n-1} = \frac{4.3367 - 4}{4-1} = 0.1122
$$

$$
\text{補正比}（CR : Consistenncy\ Ratio) = \frac{CI}{RI} = \frac{0.1122}{0.9} = 0.1247
$$

従って、λ_{max}*=4.2434*、これに対応する評価項目間のウエイトベクトル（評価項目プライオリティ）、W^{Ω}を次のように決定する。

$$
W^{\Omega} = (0.4973,\ 0.3311,\ 0.1162,\ 0.0553)
$$

この結果はどの程度信頼できるか、については「ゲーム感覚意思決定」（刀根 1986）の計

算事例がイメージとして参考になる [3]。

ところで、上のように要素間の一対比較によって決定される最大固有値に対応する固有ベクトルを集合Ａのメンバーシップ関数であるとみなすことができる [4]。

1.2　評価項目についてのカメラ機種間の一対比較

次に、４つの評価項目のそれぞれについて機種間の一対比較を行う。すなわち、第３水準（図１）代替案の４機種間の一対比較を、第２水準の評価項目のそれぞれについて行う。評価項目間に施した手続きと同様にして、一対比較マトリクスに基づいて最大固有値 λ_{max} とそれに対応する正規化された固有ベクトル W^T を導く。

（１）「機能」について機種間一対比較、λ_{max} と固有ベクトル W^T

機種　X_1：ニコン、X_2：ルミックス、X_3：ソニー、X_4：オリンパス

$$A=\left[a^{ij}\right]=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1/3 & 1/7 & 1/9 \\ 3 & 1 & 1/5 & 1/7 \\ 7 & 5 & 1 & 1/5 \\ 9 & 7 & 5 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

$\lambda_{max}=4.1807$

$W_1^T=(0.0399,0.0769,0.2364,0.6468)$

W(1)=	(1,1,1,1,1)					
		W(2)		W(3)		W(4)
	A・W(1)	AW/ΣAW	A・W(2)	AW/ΣAW	A・W(3)	AW/ΣAW
X1	1.5873	0.0386	0.1791	0.0359	0.1669	0.03992
X2	4.3429	0.1056	0.3620	0.0725	0.3215	0.07690
X3	13.2000	0.3209	1.2260	0.2455	0.9883	0.23639
X4	22.0000	0.5349	3.2260	0.6461	2.7040	0.64679
λ＝Σ A・W	41.1302		4.9930		4.1807	
整合度(C.I.)	12.3767		0.3310		0.0602	
補正比(CR)	13.7519		0.3678		0.0669	

（２）「使い勝手」について機種間一対比較、λ_{max} と固有ベクトル W^T

機種　X_1：ニコン、X_2：ルミックス、X_3：ソニー、X_4：オリンパス

$$A=\left[a^{ij}\right]=\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1/2 & 1/5 & 1/3 \\ 2 & 1 & 1/3 & 1/2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1/3 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

$\lambda_{max}=4.0461$

$W_2^T=(0.0852,0.1518,0.5236,0.2395)$

W(1)=	(1,1,1,1,1)					
		W(2)		W(3)		W(4)
	A・W(1)	AW/ΣAW	A・W(2)	AW/ΣAW	A・W(3)	AW/ΣAW
X1	2.0333	0.0840	0.3496	0.0844	0.3446	0.08517
X2	3.8333	0.1584	0.6226	0.1502	0.6141	0.15179
X3	12.0000	0.4959	2.1763	0.5251	2.1185	0.52359
X4	6.3333	0.2617	0.9959	0.2403	0.9689	0.23946
λ=ΣA・W	24.2000		4.1444		4.0461	
整合度(CI)	6.7333		0.0481		0.0154	
補正比(CR)	7.4815		0.0535		0.0171	

（3）「デザイン」について機種間一対比較、λ_{max}と固有ベクトル W^T

機種　X_1：ニコン、X_2：ルミックス、X_3：ソニー、X_4：オリンパス

$$A=\left[a^{ij}\right]=\begin{array}{c|cccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline x_1 & 1 & 1 & 1/5 & 1/6 \\ x_2 & 1 & 1 & 1/3 & 1/4 \\ x_3 & 5 & 3 & 1 & 1 \\ x_4 & 6 & 4 & 1 & 1 \end{array}$$

$\lambda_{max}=4.0212$

$W_3^T=(0.0833,0.1050,0.3826,0.4291)$

W(1)=	(1,1,1,1,1)					
		W(2)		W(3)		W(4)
	A・W(1)	AW/ΣAW	A・W(2)	AW/ΣAW	A・W(3)	AW/ΣAW
X1	2.3667	0.0878	0.3321	0.0826	0.3351	0.08333
X2	2.5833	0.0959	0.4187	0.1041	0.4220	0.10495
X3	10.0000	0.3711	1.5430	0.3838	1.5387	0.38264
X4	12.0000	0.4453	1.7267	0.4295	1.7254	0.42908
λ=ΣA・W	26.9500		4.0204		4.0212	
整合度(CI)	7.6500		0.0068		0.0071	
補正比(CR)	8.5000		0.0076		0.0079	

（4）「コストパフォーマンス」について機種間一対比較、λ_{max}と固有ベクトル W^T

機種　X_1：ニコン、X_2：ルミックス、X_3：ソニー、X_4：オリンパス

$$A=\left[a^{ij}\right]=\begin{array}{c|cccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline x_1 & 1 & 1 & 1/3 & 1/5 \\ x_2 & 1 & 1 & 1/3 & 1/5 \\ x_3 & 3 & 3 & 1 & 1/3 \\ x_4 & 5 & 5 & 3 & 1 \end{array}$$

$\lambda_{max}=4.0261$

$W_4^T=(0.0955,0.0955,0.2492,0.5599)$

W(1)=	(1,1,1,1,1)					
		W(2)		W(3)		W(4)
	A・W(1)	AW/ΣAW	A・W(2)	AW/ΣAW	A・W(3)	AW/ΣAW
X1	2.5333	0.0960	0.3906	0.0945	0.3844	0.09547
X2	2.5333	0.0960	0.3906	0.0945	0.3844	0.09547
X3	7.3333	0.2778	1.0303	0.2492	1.0033	0.24919
X4	14.0000	0.5303	2.3232	0.5619	2.2541	0.55987
λ=ΣA・W	26.4000		4.1347		4.0261	
整合度(CI)	7.4667		0.0449		0.0087	
補正比(CR)	8.2963		0.0499		0.0097	

1.3　総合評価

$$
A_\Omega = \begin{array}{c} \\ \text{ニコン} \\ \text{ルミックス} \\ \text{ソニー} \\ \text{オリンパス} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{機能} & \text{使勝手} & \text{デザィン} & \text{コスト} \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0.0399 & 0.0852 & 0.0833 & 0.0955 \\ 0.0769 & 0.1518 & 0.1050 & 0.0955 \\ 0.2364 & 0.5236 & 0.3826 & 0.2492 \\ 0.6468 & 0.2395 & 0.4291 & 0.5599 \end{bmatrix} \end{array}
$$

評価項目別に一対比較して得られた機種間の固有ベクトル $W_1{}^T$～$W_4{}^T$を A_Ωマトリックスとして上のようにまとめられる。

上で既に計算した評価項目間のウエイトベクトル（評価項目プライオリティ）は以下であった。

$$W^\Omega = (0.4973, 0.3311, 0.1162, 0.0553)$$

各機種の総合評価は、A_Ω・W^Ωによって次のように計算される。

$$
X = A_\Omega \cdot W^\Omega = \begin{array}{c} \\ \text{ニコン} \\ \text{ルミックス} \\ \text{ソニー} \\ \text{オリンパス} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \text{機能} & \text{使勝手} & \text{デザィン} & \text{コスト} \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0.0399 & 0.0852 & 0.0833 & 0.0955 \\ 0.0769 & 0.1518 & 0.1050 & 0.0955 \\ 0.2364 & 0.5236 & 0.3826 & 0.2492 \\ 0.6468 & 0.2395 & 0.4291 & 0.5599 \end{bmatrix} \end{array}
\times
\begin{array}{c} W^\Omega \\ \begin{bmatrix} 0.4973 \\ 0.3311 \\ 0.1162 \\ 0.0553 \end{bmatrix} \end{array}
=
\begin{array}{c} \text{総合評価} \\ \begin{bmatrix} 0.063 \\ 0.106 \\ 0.349 \\ 0.482 \end{bmatrix} \end{array}
$$

かくて、カメラの優先順位は下記のようになる。

D（オリンパス）＞B（ソニー）＞C（ルミックス）＞D（ニコン）

ところで、評価項目を組み合わせた相乗効果を考慮した評価の比較をしたらどうなるであろうか。例えば、「機能とデザイン」をトータルで評価して「コストパフォーマンス」と比較したらどうなるか。すなわち、「機能」vs「コストパフォーマンス」では「機能」の優位はわずかに上、そして「デザィン」vs「コストパフォーマンス」では両者に優劣の差はほとんどない、と感じても「機能とデザイン」の両項目をペアで評価したら「コストパフォーマンス」よりかなり優位と感じる、というケースである。数理的にいえば単調性の処理である。

人間の組織力は個々の人間の能力を単純に合計した結果にはならないことが普通である。非常に能力があるメンバーが多く集まったプロジェクトよりも、並の能力のメンバーの集合を人間性豊かな強いリーダーが引っ張るプロジェクトが大成功する事例は珍しくない。

組織力における単調性の相乗的な効果の典型は赤穂浪士の組織力に見て取れよう。そのような事例は特にスポーツの世界にはありふれている。

2　ファジイ測度とファジイ積分による評価

ファジイ集合は輪郭がはっきりしないモノの集まりで、例えば面白いピエロの集合のように、「面白い」がファジイであり、ピエロがどの程度面白いのかクリスプ集合のように明確に弁別できないし、また面白さは個人によって感じ方が異なる。ところで、「面白い」ことははっきりしているが、ピエロＡはその「面白い」ピエロの集団に入るのかどうかがアイマイという種類のファジイがある。このようなファジィネスを扱うために考えられたのがファジイ測度である。ファジイ測度は加法性を持たず単調性を持つ測度の一種である（黒澤、2003、p. 55）。

客観的な測度は加法性を持つ、すなわち単純に合計して求められる。主観的な測度は加法的ではなく単調的である。東京—名古屋の鉄道距離は 366Km、名古屋—大阪間は 195Km、従って東京—大阪間の鉄道距離は両間の合計で 555Km となり、加法性が成り立つ。乗車している疲労度はどうであろうか。（東京—大阪間の疲労度）＝（東京—名古屋の疲労度）＋（名古屋—大阪間の疲労度）が成り立つとはいえない、つまり加法的でない。ファジイ測度はこのように加法性を満たさない測度と定義される（中島、他，1997, 6 章）。ただし、両区間の疲労度はどちらか一方の区間だけの疲労度より低くあってはならない。すなわち、ファジイ測度は単調性を満たすことが要請される。

ファジイ測度は加法性を持たず、単調性を持つ測度の一種である。加法性の条件は単調性よりも厳しく、単調性は加法性より緩い。従って、ファジイ測度は普通の加法性を要求する測度よりも、より一般性を持つ測度といえる。我々の周りには加法性を持たない現象が多い。組織の生産力/生産性は、各個人の能力の単なる合計以上の結果がメンバー間の相乗効果で生まれるし、また逆に相殺作用によって各個人の和以下の力しか生まれなかったりする。ナデシコジャパンの世界制覇や北京オリンピックの女子ソフトボールが一度も勝ったことがない米国チームを破って金メダルを獲得した例は前者、同じく北京オリンピックで惨敗した男子野球チームは後者のファジイ測度の例であろう。

2.1　λ-ファジイ測度

ファジイ測度は普通の関数とは異なり、集合に対して数値を与える集合関数と呼ばれる。上の例で、「X_1：機能」、「X_2：使い勝手」、「X_3：デザイン」、「X_4：コストパフォーマンス」の主観的な評価=各要素の測度は、以下のようであったとする。

$$m(X_1)=0.45、m(X_2)=0.35、m(X_3)=0.25、m(X_4)=0.10$$

加法的であれば簡単で、例えば「X_1：機能」と「X_2：使い勝手」の集合 A の測度は、

$$m(A)=\{X_1, X_2\}=0.45+0.35=0.80$$

しかし、ファジイ測度は加法的ではないので上記のように単純な和をとれない。ファジイ測度である場合は、まず、次を満たすことである。

$$m(\phi)=\{\ \ \}=0,\ m(A)=m(\Omega)=\{X_1, X_2, X_3, X_2\}=1$$

$\phi=\{\ \}$は空集合で４つの要素のいずれも考慮されない時の評価値（メンバーシップ値）は０、$m(\Omega)=\{X_1, X_2, X_3, X_2\}$は全体集合で４つの要素全てを考慮したときの最大評価（メンバーシップ値）は１、という意味である。全体集合の中での部分集合全てを考えると（空集合もカウント）、すなわち$A=\{X_1, X_2, X_3, X_2\}$という４つの元を持つ集合Ａの部分集合の全体から成る集合族（Aのベキ集合）は以下の 16（$=2^4$）個の部分集合から成る。

$\{\ \}, \{X_1\}, \{X_2\}, \{X_3\}, \{X_4\}, \{X_1, X_2\}, \{X_1, X_3\}, \{X_1, X_4\}, \{X_2, X_3\}, \{X_2, X_4\}, \{X_3, X_4\}, \{X_1, X_2, X_3\}, \{X_1, X_2, X_4\}, \{X_1, X_3, X_4\}, \{X_2, X_3, X_4\}, \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$

従って、上記のうち$\{\ \}$と$\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$を除く 14 個の部分集合に対するファジイ測度を決める必要がある。しかしそれは非常に複雑で実際の推定は不可能である。そこで特別な、λ-ファジイ測度が考えられている。λ-ファジイ測度はパラメータλによって、以下のような性質をもったファジイ測度が生成される（黒澤 2003, p.71）。

$A \cap B=\phi$（空：共通集合を持たない）のとき、次のようになる

$$m_\lambda(A \cup B) \geqq m_\lambda(A) + m_\lambda(B) + \lambda m_\lambda(A) \cdot m_\lambda(B) \quad (-1 < \lambda < \infty)$$

$\lambda > 0$ならば、$m_\lambda(A \cup B) \geqq m_\lambda(A) + m_\lambda(B)$　　相乗的

$\lambda = 0$ならば、$m_\lambda(A \cup B) = m_\lambda(A) + m_\lambda(B)$　　加法的

$\lambda < 0$ならば、$m_\lambda(A \cup B) \leqq m_\lambda(A) + m_\lambda(B)$　　代替的

組織における個々の作業員能力の単純な合計と集団作業のトータルな結果は一般にかなり異なる。作業員同士の協力や心理的な効果が働くからであり、その効果がポジティブであれば、相乗的でλ＞０、ネガティブであれば代替的でλ＜０、という結果になる。

2.2　ファジィ測度の決定

各評価項目に与えられた評価を総合して１つの代表評価値とするとき、加法的であるなら加重平均を求めることが一般的である。すなわち、加法的な重み W_i によって、ΣXW_i を計算する。加法的でない場合の一つの簡単な方法はファジイ測度によるファジイ積分（ショケ積分[5]）によって評価することができる。

これまで AHP の一対比較行列から固有ベクトル法によって評価項目の重要度を決定したのであったが、そこでは評価項目間の組み合わせによる効果は考慮されていない。そこで、項目の組み合わせによる相乗効果を考慮して一対比較を行う。ところで、一対比較は比較項目数が多くなると計算は非常に煩雑になり、また人間の感覚能力からみて７程度以下が望ましいといわれている。ここでは先に行った比較項目から１つ減じ、「X_1：機能」、「X_2：使い勝手」、「X_3：デザイン」を対象にする。そして、これらの組み合わせ項目は(X_1, X_2)、(X_2, X_3)、(X_1, X_3)、(X_1, X_2, X_3)について実施する。

図２に示した一対比較行列から固有ベクトルを求める。手続きは図２の下に示す。

整合性が最良となるときの λ_{max} と W^T は以下である。

$$\lambda_{max}=7.2993、W^T=(0.0708,\ 0.0562,\ 0.0350,\ 0.1730,\ 0.0932,\ 0.1737,\ 0.3981)$$

最大固有値に対応する固有ベクトルは、要素の最大値を１として次のように得られる。

$$W^T=(0.1778,\ 0.1411,\ 0.0880,\ 0.4346,\ 0.2342,\ 0.4364,\ 1)$$

	X_1 機能	X_2 使い勝手	X3 デザイン	X1,X2	X2,X3	X1,X3	X1,X2,X3
X_1 機能	1	3	3	1/4	1/2	1/5	1/7
X_2 使い勝手	0	1	5	1/4	1/2	1/2	1/9
X_3 デザイン	0	1/5	1	0	0.5	0.5	1/9
X_1,X_2	4	4	3	1	2	1	1/3
X_2,X_3	2	2	2	0.5	1	0.5	1/4
X_1,X_3	5	2	2	1	2	1	1/2
X_1,X_2,X_3	7	9	9	3	4	2	1

X_jに対し、X_iは

同じくらい重要 1
　中間 2
若干重要 3
　中間 4
重要 5
　中間 6
明らかに重要 7
　中間 8
絶対重要 9

図２　ショケ積分のための一対比較行列

W(1)=(1,1,1,1,1,1)		W(2)		W(3)		W(4)		W(5)
	A・W(1)	AW/ΣAW	A・W(2)	AW/ΣAW	A・W(3)	AW/ΣAW	A・W(4)	AW/ΣAW
X1	7.8929	0.0927	0.6043	0.0765	0.5167	0.0708	0.5314	0.0723
X2	7.1944	0.0845	0.4194	0.0531	0.4100	0.0562	0.4293	0.0584
X3	2.4778	0.0291	0.2495	0.0316	0.2558	0.0350	0.2586	0.0352
X_1,X_2	14.333	0.1683	1.3872	0.1756	1.2628	0.1730	1.2661	0.1722
X_2,X_3	7.75	0.0910	0.7404	0.0937	0.6804	0.0932	0.6837	0.1708
X_1,X_3	12.5	0.1468	1.3464	0.1705	1.2680	0.1737	1.2558	0.1708
X_1,X_2,X_3	33.0	0.3876	3.1510	0.3989	2.9055	0.3981	2.9284	0.3982
λ=ΣA・W	85.148		7.8982		7.2993		7.3535	
整合度(C.I.)	13.025		0.1497		0.0499		0.0589	
補正比(CR)	9.8672		0.1134		0.0378		0.0446	

上の固有ベクトルをウエイト（ファジイ測度）とする。

$W_1=m_\lambda(\{X_1\})=0.1778$　　$W_4=m_\lambda(\{X_1, X_2\})=0.4346$

$W_2=m_\lambda(\{X_2\})=0.1411$　　$W_5=m_\lambda(\{X_2,\ X_3\})=0.2342$

$W_3=m_\lambda(\{X_3\})=0.0880$　　$W_6=m_\lambda(\{X_1, X_3\})=0.4364$

$W_7=m_\lambda(\{X_1, X_2,\ X_3\})=1.0$

ここで、λ-ファジイ測度を仮定して、２つ以上の要素の組み合わせの効果をみよう。

$$m_\lambda(A\cup B)\geqq m_\lambda(A)+m_\lambda(B)+\lambda m_\lambda(A)\cdot m_\lambda(B)\quad(-1<\lambda<\infty)$$

上記の関係式から、W_4、W_5、W_6、W_7について以下のようになる。

$W_4=m_\lambda(X_1)+m_\lambda(X_2)+\lambda m_\lambda(X_1)\cdot m_\lambda(X_2)$

$0.4346=0.1778+0.1411+\lambda\, 0.1778\cdot 0.1411$ から、$\lambda=4.611$

$W_5=m_\lambda(X_2)+m_\lambda(X_3)+\lambda m_\lambda(X_2)\cdot m_\lambda(X_3)$

$0.2342=0.1411+0.0880+\lambda\, 0.1411\cdot 0.0880$ から、$\lambda=0.411$

$W_6=m_\lambda(X_1)+m_\lambda(X_3)+\lambda m_\lambda(X_1)\cdot m_\lambda(X_3)$

$0.4364=0.1778+0.0880+\lambda\, 0.1778\cdot 0.0880$ から、$\lambda=10.903$

$W_7=m_\lambda(X_1)+m_\lambda(X_2)+m_\lambda(X_3)+\lambda m_\lambda(X_1)\cdot m_\lambda(X_2)+\lambda m_\lambda(X_2)\cdot m_\lambda(X_3)+\lambda m_\lambda(X_1)\cdot m_\lambda(X_3)+\lambda^2 m_\lambda(X_1)\cdot m_\lambda(X_2)\cdot m_\lambda(X_3)$

$1.0=0.1778+0.1411+0.0880+\lambda\, 0.1778\cdot 0.1411+\lambda\, 0.1411\cdot 0.0880+\lambda\, 0.1778\cdot 0.0880+\lambda^2 0.1778\cdot 0.1411\cdot 0.0880$

$0.002208\lambda^2+0.05316\lambda-0.5931=0$ から（負のλはとらない）、$\lambda=8.297$

$\lambda>0$ であり、組み合わせの効果は相乗的である。

λの平均値を幾何平均で求めると、約 3.62 であり、$\lambda\fallingdotseq 3.6$ とする。そこで、総合評価（ショケ積分）のウエイト、すなわちファジイ測度を次のように決定する。

総合評価するための、評価項目とそれらの組み合わせに対するウエイト（ファジイ測度）

X_1：機能、X_2：使い勝手、X_3：デザイン

$\{X_1\}$	$\{X_2\}$	$\{X_3\}$	$\{X_1, X_2\}$	$\{X_2, X_3\}$	$\{X_1, X_3\}$	$\{X_1, X_2, X_3\}$
0.178	0.141	0.088	0.409[a)]	0.189[b)]	0.322[c)]	1.000

a）0.1778+0.1411+3.6･0.1778･0.1411=0.409

b）0.1411+0.0880+3.6･0.1411･0.0880=0.189

c）0.1778+0.0880+3.6･0.1778･0.0880=0.322

2.3　ショケ積分による順位の評価

次のステップは、ショケ積分によってカメラ４機種（機種Ａ：ニコン、機種Ｂ：ソニー、機種Ｃ：ルミックス、機種Ｄ：オリンパス）の優先順序を決めることである。カメラ４機種に対する各項目別評価を 100 点法で行う。結果は下表であったとする。

機種	X1 機能	X2 使い勝手	X3 デザイン
Ａニコン	60	100	80
Ｂソニー	85	70	85
Ｃルミックス	65	80	100
Ｄオリンパス	100	60	70

1）機種Ａ　ニコン

評価 $h(X_i)$ の順序は、$h(X2)=100>h(X3)=80>h(X1)=60$

$$\begin{aligned}\int hdm &= 60\times m(X_1,X_2,X_3)+(80-60)\times m(X_2,X_3)+(100-80)\times m(X_2)\\ &= 60\times 1.0+20\times 0.189+20\times 0.141\\ &= 66.6\end{aligned}$$

計算手続きは図３を参照のこと。

$$\begin{aligned}\int hdm &= 60.0 + 3.78 + 2.82\\ &= 66.6\end{aligned}$$

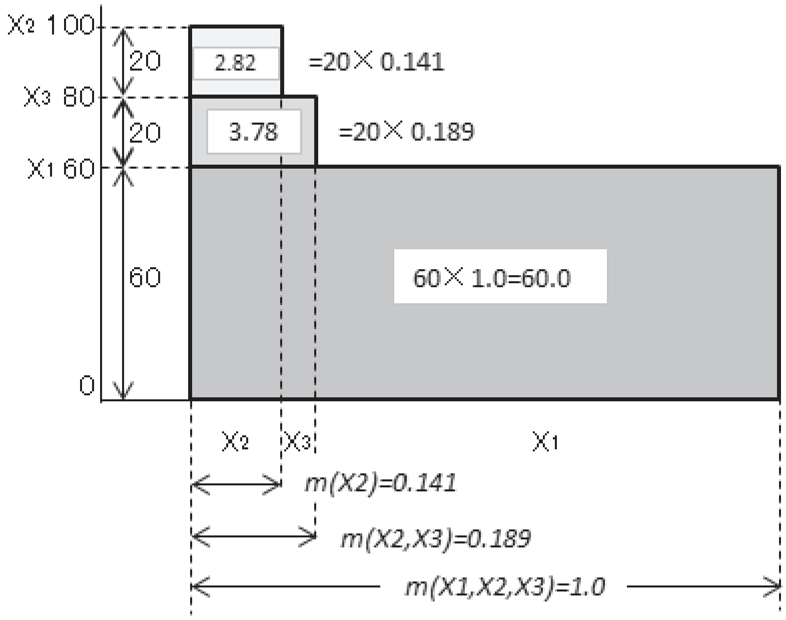


図３　ショケ積分の計算図

2）機種Ｂ　ソニー

評価 $h(X_i)$ の順序は、$h(X1)=h(X3)=85>h(X2)=70$

$$\begin{aligned}\int hdm &= 70\times m(X_1,X_2,X_3)+(85-70)\times m(X_1,X_3)\\ &= 70\times 1.0+15\times 0.322\\ &= 74.83\end{aligned}$$

3）機種Ｃ　ルミックス

評価 $h(X_i)$ の順序は、$h(X3)=100>h(X2)=80>h(X1)=65$

$$\begin{aligned}\int hdm &= 65\times m(X_1,X_2,X_3)+(80-65)\times m(X_2,X_3)+(100-80)\times m(X_3)\\ &= 65\times 1.0+15\times 0.189+20\times 0.088\\ &= 69.595\end{aligned}$$

４）機種Ｄ　オリンパス

評価 $h(X_i)$の順序は、$h(X1)=100>h(X3)=70>h(X2)=65$

$$\begin{aligned}\int hdm &= 65\times m(X_1, X_2, X_3) + (70-65)\times m(X_1, X_3) + (100-70)\times m(X_1)\\ &= 65\times 1.0 + 5\times 0.322 + 30\times 0.178\\ &= 71.95\end{aligned}$$

かくて、３機種の優先順位は次のようになる。もちろんこの結果は著者自身の趣味と好みによる優先順位である。

「Ｂ（ソニー）＞Ｄ（オリンパス）＞Ｃ（ルミックス）＞Ａ（ニコン）」

AHP 法による順位付けはＤ機種オリンパスが最上位であったが、評価項目を組み合わせた単調性の相乗効果を考慮すると、最上位はＢ（ソニー）となった。Ｂ機種の X_1：機能と X_3：デザィンとを合わせた相乗効果の魅力がＤ機種（オリンパス）を上まわったのである。

３　結び

Zadeh が強調している、「不確実で厳密性のない環境のうちにあって合理的な決定ができる、という能力」は人間が数万年、数千万年の時を経て進化の過程で身につけた能力であろう。その能力、すなわち「アイマイな情報」から「確かな情報」へと変換する数理的なテクニックを我われは獲得している。今回はファジィ情報を基礎として数理的（固有ベクトル法）に処理する AHP 法という極めて実践的な意志決定のための手法の事例を紹介した。AHP 法の特徴は、各比較要素のメンバーシップ値を客観的に得る（それは極めて困難）のではなく、要素間のアイマイな、そして感覚的な判断（一対比較という原始的な優劣判断方法）によって近似的な接近から、ファジィロジックでいうところのメンバーシップを推定するところにある。AHP の数理的な基礎は固有値法という多少難解な理論にあるが、実際の計算は簡単である。経営における意志決定の科学的な方法として活用される所以であろう。

経営の意志決定におけるファジィロジックは多様な分野に適用できるだろう。特に比率を基礎とする経営指標へのファジィロジックの活用である。ファジィ数、三角ファジィ数、台形ファジィ数は実用的な応用が考えられる。次回は経営指標へのファジィ・ロジックの活用を取り上げる。

注釈

1）これについては下記の記事が参考となる。

Daniel McNeil & Paul Freiberger 「FUZZY LOGIC」、田中啓子訳「ファジイ・ロジック」、新曜社の以下の部分参照

私たちはファジイな方法で正確に理解する。ザデーは、この能力はいわば人間のもっとも大切な財産で、この能力が人間の知性を機械の知能とは全く違うものしていると述べている（p.61）。

進化の観点からも、このアプローチは、小さな部品が集まって大きなものになるというロックの原子主義より、はるかに道理にかなっている。動物にとって、具体的な対象を特定することは何よりも大切だ。ネコは一目で全体を見、それがネズミだと理解しなけ

ればならない。なぜなら、ネズミが数々の部分の集まりで、ネコがその一々を見分けていたら、そのあいだにネズミは逃げてしまう。ロッシュの基本カテゴリーの核心は、生き残るためにも大切なのだ（pp.137-138)。

なぜ、私たちはプロトタイプに着目するのか。1978 年、これまでの研究を振り返り、ロッシュは、クラスの存在理由は「最少の認知の労力で最大の情報を与える」ことにあると提起した。情報と労働の交換だ。そして、プロトタイプは負担を軽くする。・・・・認知の効率化は、脳のスピードアップにもつながるようだ。時間のかかる境い目のものに煩わされることなく、脳は基本的な要素を処理すればよい。ザデーはことばには要約する力があると言ったが、プロトタイプには、それをさらに要約する力がある。プロトタイプはあいまいな集合の要点をうまくつかむ（p.139)。

プロトタイプ（p.133)：ロッシュはさらに多くの発見をした。あいまいさ（ファジネス）は、カテゴリーの端の方から中心へ続いていると彼女は言う。コマドリはカモメより鳥らしい「鳥」であり、カモメはペンギンよりも鳥らしい「鳥」である。セダンはステーションワゴンより車らしい「車」であり、ステーションワゴンはデューンバギー（砂丘走行用自動車）や救急車より車らしい「車」である。ロッシュは「コマドリ」や「セダン」のような文句なしの代表例をプロトタイプと呼んだ。

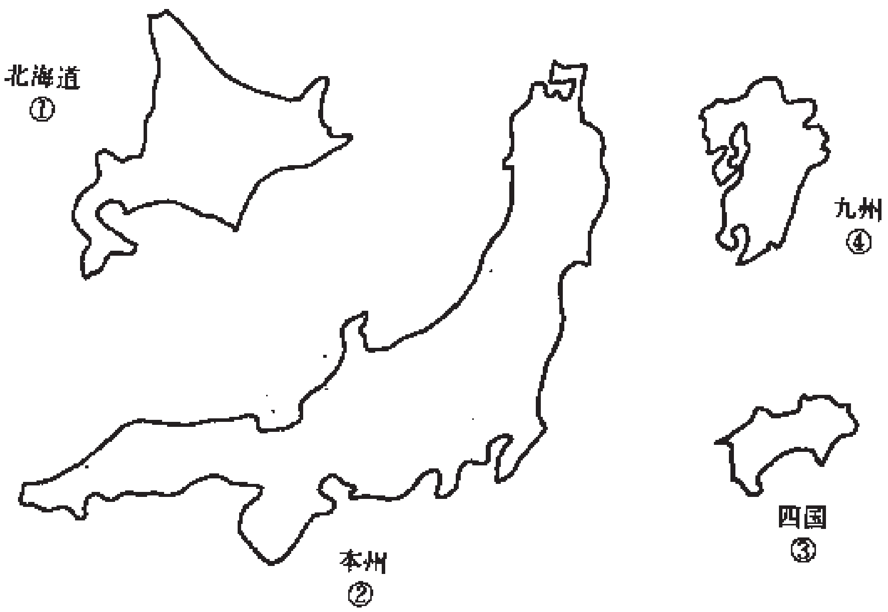
ザデーは、人はあいまいな言葉を使って論理的に考えると主張した（p.142)。・・・オーデンは、グループレベルでも個人レベルでも、その結果をファジィモデルがきわめてよく予想できることを発見した。そして、このような情報は他の方法ではなかなか得られないと述べた。さらに、あいまいな情報を処理する人間の能力は、「意味情報を用いるほとんどすべての認知過程の隅々にまで及んでいる」と言った。意味はあいまいさ（ファジネス）でおおわれている。

ピンぼけ具合で距離測る（日経新聞、2012.1.27、社会 34）ハエトリグモは目の中に写るピンぼけした像をもとに、見る対象物までの距離をつかみジャンプして獲物を捕る（大阪市立大学の寺北明久教授のチームが解明)。

2) AHP の固有ベクトル法（eigenvector method）

固有値法（eigenvalue method）とも呼ばれる。一対比較行列の絶対値最大固有値に対応する固有ベクトルを一対比較された対象の重要度として与える方法である。一般に、固有ベクトル法での重要度は固有ベクトルの成分の総和が 1 となるように正規化して用いられることが多いが、他の正規化（例えば、最大成分値を 1 とする正規化）でも用いてよい。AHP の一対比較行列から重要度を算出する方法の 1 つであり、一対比較行列 A の最大固有値 λ_{max} に対する正規化した（$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$）固有ベクトルを求めて重要度を算出する方法である（日本オペレーションズ・リサーチ学会編　ＯＲ辞典）。

3) 日本列島4つの島の面積の比率をAHPを用いて推定せよ（刀根薫　1986、p.31）。



	X1	X2	X3	X4
X1	1	0.33333	4	2
X2	3	1	9	6
X3	0.25	0.11111	1	0.5
X4	0.5	0.16667	2	1

Xjに対し、Xiは

同じくらい重要	1
中間	2
若干重要	3
中間	4
重要	5
中間	6
明らかに重要	7
中間	8
絶対重要	9

W(1)=　(1,1,1,1,1)

		W(2)		W(3)		W(4)		W(5)	
	A･W(1)	AW/ΣAW	A･W(2)	AW/ΣAW	A･W(3)	AW/ΣAW	A･W(4)	AW/ΣAW	
X1	7.3333	0.2302	0.8928	0.2187	0.8768	0.21889	0.8779	0.21892	
X2	19.0000	0.5963	2.5031	0.6132	2.4541	0.61269	2.4568	0.61264	
X3	1.8611	0.0584	0.2398	0.0587	0.2362	0.05898	0.2365	0.05897	
X4	3.6667	0.1151	0.4464	0.1094	0.4384	0.10945	0.4390	0.10946	
λ=ΣA･W	31.8611		4.0820		4.0054		4.0102		(C.I.)
	9.2870		0.0273		0.0018		0.0034		←整合度

X_1：北海道、X_2：本州、X_3：四国、X_4：九州　　　　（上は筆者作成）

	AHP推計	実際
北海道	0.22	0.21（ 78,000Km^2）
本州	0.61	0.62（230,700Km^2）
四国	0.06	0.05（ 18,800Km^2）
九州	0.11	0.12（ 44,400Km^2）

4）W（評価項目ウエイトベクトル＝評価項目プライオリティ）の最大要素を１とする正規化すれば、（1, 0.6659, 0.2338, 0.1113）は、項目の台集合に対するファジイメンバーシップ値とみる。要素間の一対比較において最大評価グレードが１になる要素が含まれ（０は除かれる）、ファジイ集合 A は正規である。一対比較行列から導かれた最大固有値に対応する固有ベクトルの要素の最大値を１に正規化して、これをファジイ集合 A のメンバーシップ関数とみなす。

ファジイ集合 $A=\left\{\frac{1}{X_1},\frac{0.7}{X_2},\frac{0.2}{X_3},\frac{0.1}{X_4}\right\}$ として、これはＡ氏のカメラ選定における項目（機能（X_1）、使い勝手（X_2）、デザイン（X_3）、コストパフォーマンス(X_4))に対する重要度のファジイ集合である。例えば、Ｂ氏に対してこれらの項目間一対比較をしたファジイ集合Ｂは以下であったとする：

$$\text{ファジイ集合 } B=\left\{\frac{0.4}{X_1},\frac{0.8}{X_2},\frac{1.0}{X_3},\frac{0.9}{X_4}\right\}$$

ファジイ集合Ａとファジイ集合Ｂについて演算することによって、両者間の、例えばカメラに対する趣向の違いや共通点、類似点等をファジイ表示することができる。

１）A の補集合　$\mu_A' = 1 - \mu_A$

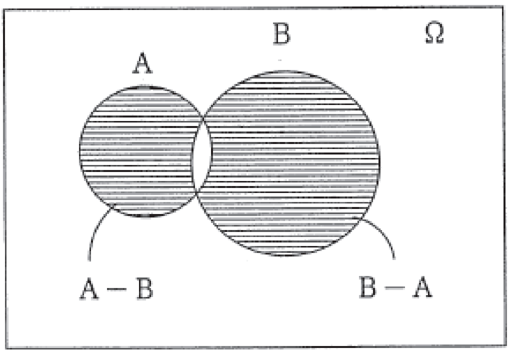
$$A'=\left\{\frac{0}{X_1},\frac{0.3}{X_2},\frac{0.8}{X_3},\frac{0.9}{X_4}\right\}$$

２）A と B の差集合　A−B=A∩B’ ただし、B’はＢの補集合

$$A-B=A\cap B'$$
$$=\left\{\frac{1\wedge(1-0.4)}{X_1},\frac{0.7\wedge(1-0.8)}{X_2},\frac{0.2\wedge(1-1)}{X_3},\frac{0.1\wedge(1-0.9)}{X_4}\right\}$$
$$=\left\{\frac{0.6}{X_1},\frac{0.2}{X_1},\frac{0}{X_1},\frac{0.1}{X_1}\right\}$$

３）A と B の排他的和：環和

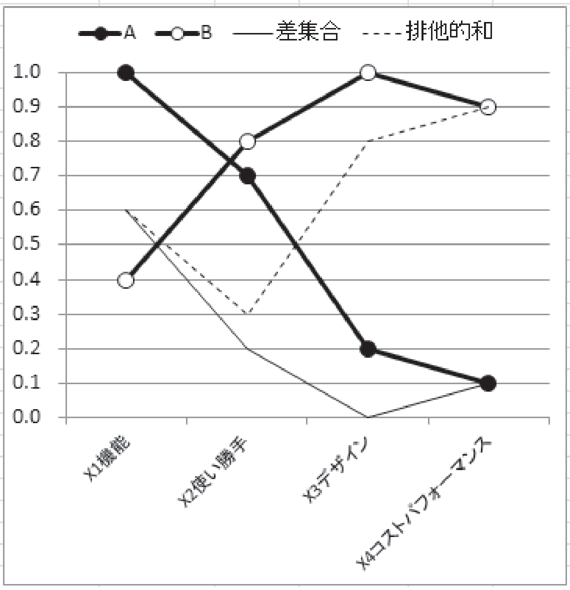
$$A\oplus B=A\Delta B$$
$$=(A-B)\cup(B-A)$$
$$=(A\cap B')\cup(A'\cap B)$$



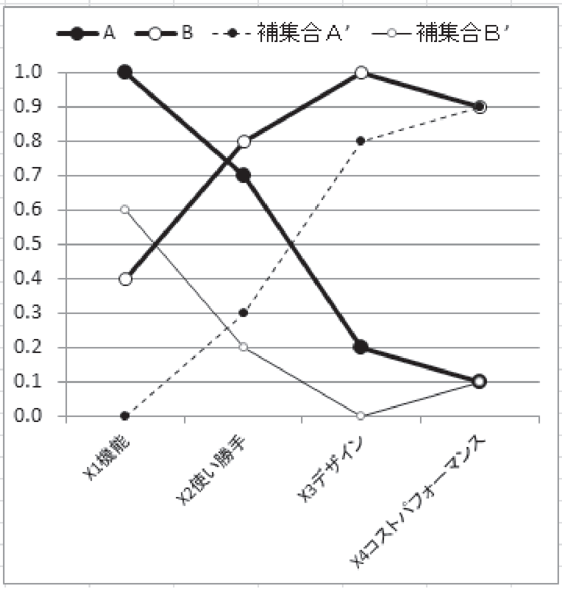
付図Ａ　ＣＳ（クリスプセット）の環和のベン図

$$
\begin{aligned}
A \oplus B &= (A \cap B') \cup (A' \cap B) \\
&= (A \cap (1-B)) \cup ((1-A) \cap B) \\
&= \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{(1 \wedge (1-0.4)) \vee ((1-1) \wedge 0.4)}{X_1}, \dfrac{(0.7 \wedge (1-0.8)) \vee ((1-0.7) \wedge 0.8)}{X_2}, \\ \dfrac{(0.2 \wedge (1-1)) \vee ((1-0.2) \wedge 1)}{X_3}, \dfrac{(0.1 \wedge (1-0.9)) \vee ((1-0.1) \wedge 0.9)}{X_4} \end{array} \right\} \\
&= \left\{ \frac{0.6}{X_1}, \frac{0.3}{X_1}, \frac{0.8}{X_1}, \frac{0.9}{X_1} \right\}
\end{aligned}
$$

Ａの補集合はではない集合であるから、ここのケースではＡ氏のカメラに対する趣味・趣向とは全く反対の趣味趣向をファジイメンバーシップ値で表す（付図Ｃ）。また、環和ははＡとＢのいずれも持たない趣味趣向を表す（付図Ｂ）。



付図Ｂ　ファジイ差集合と排他的環和



付図Ｃ　ファジイ補集合

5)　あるプロジェクトリーダーを決めると仮定して、その評価項目はD1（「人柄」），D2（「創造性」），D3（「技術力」），D4（「実行力」）とする。これらの評価項目の各種組み合わせによるファジイ測度（リーダーの資質貢献度）は次のようであるとする：

m(D1)=0.3, m(D1,D2)=0.6, m(D2,D3,D4)=0.9, m(D1,D2,D3,D4)=1.0

そして、候補者３人の各項目の評価は以下のようであったとする。

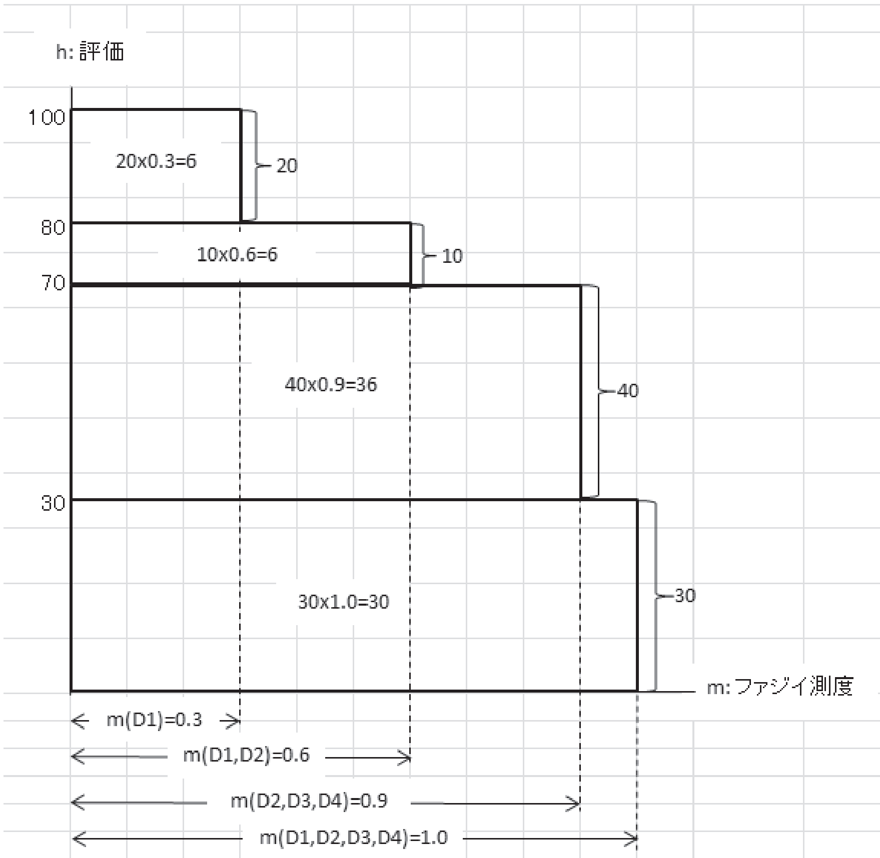
	D1（「人柄」）	D2（「創造性」）	D3（「技術力」）	D4（「実行力」）
Ａ氏	100	30	70	80
Ｂ氏	50	50	50	50
Ｃ氏	10	100	90	80

計算手続きは、Ｘ軸に組み合わせの評価項目ファジイ測度を、Ｙ軸に候補者の各評価をとる。それぞれの軸に表示するのであるから必然的に大小の順序になる。

Ａ氏のケース

次のように計算される。その積分過程は付図Ｄに示されている

$$\int hdm = 1\times(30-0)+0.9\times(70-30)+0.6\times(80-70)+0.3\times(100-80)$$
$$=78$$



付図Ｄ　ショケ積分計算の図

Ｂ氏

$$\int hdm = 1\times(50-0)+0.9\times(50-50)+0.6\times(50-50)+0.3\times(50-50)$$
$$=50$$

Ｃ氏

$$\int hdm = 1\times(10-0)+0.9\times(80-10)+0.6\times(90-80)+0.3\times(100-90)$$
$$=82$$

最も単純な総合順位は加法的に単純算術平均をとると、優先順位は次のようになる。

Ａ氏：70＝Ｃ氏：70＞Ｂ氏：50

しかし、比加法的なファジイ測度によるショケ積分評価では、以下のようにＣ氏がもっとも高い評価になる。

Ｃ氏：82＞Ａ氏：78＞Ｂ氏：50

Ａ氏とＢ氏は技術力と実行力において大差はないが、創造力において決定的な落差がある。Ａ氏は人間的魅力において他を圧倒しているが創造力において劣り、Ｃ氏は反対に人間性の魅力に乏しいものの、創造力において高い評価を得ており、このプロジェクトにはそのようなタイプが求められているのである。Ｂ氏は可もなく不可もない安定的な人材であるが、プロジェクトリーダーとしては不向きということになる。

参考・引用文献

1）日刊工業新聞社（1992）Zadeh, L.A. Fuzzy Sets and Applications, John Wily & Sons, Inc.,. 邦訳「ザデー・ファジィ理論」。

2）Daniel McNeil & Paul Freiberger 「FUZZY LOGIC」、田中啓子訳「ファジイ・ロジック」、新曜社、1995。

3）黒澤一清（2002）「ファジイ理論（１）」Japan Academy of Productivity Science（明星大学大学院情報学研究科）、Unpublished.

4）黒澤一清（2003）「ファジイ理論（２）」Japan Academy of Productivity Science（明星大学刀根薫（大学院情報学研究科）、Unpublished.

5）1986）「ゲーム感覚意思決定法」、日科技連。

6）中島信之、竹田英二、石井博昭（1997）「ファジィ理論入門」、裳華房。