非分割財仲介取引市場における厚生経済学の基本定理について：Oishi and Sakaue モデルからのアプローチ

大　石　尊　之†

要　旨

売り手と買い手間の取引のマッチ・メイカーとしての役割を担う仲介業者が存在する非分割財競争市場における競争政策を設計するうえで有益と考えられる『仲介取引市場における厚生経済学の基本定理』を示す．この定理は，Oishi and Sakaue（2009，2014），および Oishi（2012）で開発された一連の仲介競争市場モデルを駆使することで得ることができる．通常の売り手・買い手間の競争市場では，自然な諸仮定のもとで，競争均衡は存在し，パレート最適な資源配分をもたらすという厚生経済学の（第１）基本定理が成立する．仲介取引市場においてもこの厚生経済学の基本定理は成立するが，競争均衡の存在についての必要十分条件が存在する．その条件とは，市場モデルから生成される一種の線形計画問題で整数解が存在することである．この事実は，仲介取引市場において仲介業者の参入を促進することが，パレート最適な資源配分を常にもたらすとは限らないという政策的含意を導く．

キーワード：非分割財競争市場，仲介業者，競争均衡，厚生経済学の基本定理，線形計画法の整数解

1　はじめに

ミクロ経済学や産業組織論では，伝統的に売り手サイドと買い手サイドからなる２サイドの（完全・不完全）競争市場が分析対象になっている．このような２サイド市場で効率的な資源配分を達成するためには，市場における競争が有効であるいう主張の経済学的根拠は，いわゆる「厚生経済学の（第１）基本定理」からきている．すなわち，２サイド競争市場では，自然な諸仮定のもとで，競争均衡は常に存在し，パレート最適な資源配分をもたらすというものである．一方で，この伝統的な２サイド市場とは異なる市場も現実に多く存在する．仲介不動産市場や仲介労働市場のような仲介取引市場である．仲介取引を伴う競争市場では，市場の価格メカニズムだけでなく，仲介業者の役割も重要である．そのため，伝統的な競争市場の分析のときとは異なり，仲介業者を明示的に取り込んだモデルが必要となる．このような仲介取引市場モデルにおいて，厚生経済学の（第１）基本定理が成立するかどうかは，１つの重要な re-

†明星大学経済学部准教授

search question といえる．

本稿では，筆者と坂上紳氏（熊本学園大学准教授）の共同研究 Oishi and Sakaue（2009，2014），および筆者の単独研究 Oishi（2012）で開発された一連の仲介競争市場モデルを駆使することで，仲介取引市場における厚生経済学の基本定理を得ることができることを示す．ただし，通常の２サイド競争市場の場合と異なり，競争均衡の存在についての必要十分条件が存在する．その条件とは，市場モデルから生成される「分割線形計画法」（Quint 1991）と呼ばれる一種の線形計画問題で整数解が存在することである．この分割線形計画法は，非分割財競争市場のゲーム論的分析のために Shapley and Shubik（1971）によって使用された線形計画法を，Quint（1991）が一般化したものである．

本稿で導入されている，仲介取引市場のモデルのエッセンスを説明する．このモデルでは，非分割財を１単位だけ最初に保有する売り手，財を高々１単位欲している買い手，およびマッチメイカーとしての仲介業者がそれぞれ複数いるような競争市場を想定する[1]．各仲介業者は複数単位の財を取引できるものとする．モデルでは，非分割財は金銭を通じて交換されている．また，売り手と買い手は，互いに相手を見つけるのに取引費用（探索費用）がかかるとする．一方，マッチメイカーの仲介業者は，売り手と買い手をマッチングすることで，彼らの探索費用を削減することができるが，マッチングする際に取引費用（マッチング費用）がかかるとする．各仲介業者のマッチングスキルは一般的には異なっていると考えるのが自然なので，各仲介業者のマッチング費用は異なっていると仮定する．このようなモデルで描写された仲介取引市場を本稿では「一般的仲介取引市場」と呼んでいる．一方，同じタイプの仲介業者のマッチング費用はすべて同質で，かつ同じタイプの各仲介業者が取引できる財の数が高々１単位であるような仲介取引市場を，本稿では「エージェント標準形仲介市場」と呼んでいる．エージェント標準形仲介市場では，同じタイプの仲介業者は同一の価格のもと行動する．

一般的仲介取引市場モデルを用いて，本稿では次のことを明らかにしている．

- 一般的仲介取引市場のもとで，仲介業者を経由する競争均衡が存在するための必要十分条件は当該の一般的仲介取引市場から生成されたエージェント標準形仲介市場の分割線形計画法で整数解が存在することであり，このような整数解が存在するときに限り，仲介業者を経由する競争均衡は，パレート最適な資源配分を達成する．

上記の命題を，本稿では「仲介取引市場の厚生経済学の基本定理」と呼んでいる．この基本定理の政策的含意は，仲介業者の参入に係る競争促進と規制を適切に組み合わせることが，仲介取引市場の設計には欠かせないということである．例えば，仲介業者の参入を通じても，各仲介業者のマッチングスキルに差異が依然としてある状況では，参入後の仲介取引市場から生成されるエージェント標準形仲介市場の分割線形計画法で整数解が存在するときにしか，パレート効率的な資源配分が達成されない．伝統的な２サイド競争市場の厚生経済学の基本定理の政策的含意は，市場で競争が機能するように，市場をコーディネートすることが欠かせないということであるが，仲介取引市場ではそのコーディネーションに十分注意が必要である．

最後に，既存の研究系譜における本研究の位

1　非分割財とは，分割することが不可能な財あるいは分割することがふさわしくないような財のことをいう．

置づけについて簡潔に述べる．Shapley and Shubik（1971）を嚆矢とする金銭移転を伴う非分割財の競争市場モデルの分析は，Kelso and Crawford（1982）や Kaneko（1982，1983）など，労働市場や住宅市場の経済問題に応用されてきたが，仲介取引市場の問題には応用されてこなかった．一方で，仲介取引市場に関する既存の経済分析の多くは，市場の摩擦を考慮した分権的な市場モデルであるサーチモデルを使って行われてきた．例えば，このような研究方向の嚆矢として，Rubinstein and Wolinsky（1987），その後続研究である Yavaş（1994）や Johri and Leach（2002）などがある．本稿で導入されているモデルは，Shapley and Shubik（1971）の非分割財競争市場モデルにマッチメイカーとしての仲介業者の構造が追加されているだけでなく，探索費用やマッチング費用のような市場の摩擦構造も入っている．この意味で，本稿のモデルはサーチモデルのような動学モデルではないが，既存の２つの研究系譜のなかで生み出されたモデルのエッセンスを取り込んでいるといえる．

本稿の構成は以下の通りである．第２節で，一般的仲介取引市場モデルを説明する．第３節で，主結果である仲介取引市場の厚生経済学の基本定理を述べる．第４節で，仲介取引市場の厚生経済学の基本定理の政策的含意を検討する．

2　Oishi and Sakaue モデル

モデルの解説は，Oishi and Sakaue（2009），Oishi（2012），Oishi and Sakaue（2014）および大石（2016）に基づく．大石（2016）では，大石・坂上の一連のモデルの中で，最も基本となる仲介競争モデルが解説されている．この基本モデルでは，仲介業者が非分割財を高々１単位取引でき，各仲介業者のマッチングスキルが同質であることが仮定されてきた．すなわち，各仲介業者の取引に関するマッチング費用は同一である．しかし，一般的には各仲介業者のマッチングスキルは異なっていると考えるのが自然である．本研究では，各仲介業者が扱うことができる非分割財の数が複数で，各仲介業者のマッチングスキルが異なるモデル（以下，**一般的仲介取引市場モデル**と呼ぶ）を考える．すなわち，各仲介業者の取引に関するマッチング費用は異なっていてもよいことが許容される．このようなモデルを構築するうえで，Oishi and Sakaue（2009）および Oishi（2012）で導入されたモデルが有益である．各仲介業者が扱うことができる非分割財の数は高々１単位で，各仲介業者のマッチングスキルが異なるモデルは，Oishi（2012）によって初めて導入された．一方，各仲介業者が扱うことができる非分割財の数は複数単位で，各仲介業者のマッチングスキルが同質であるモデルは，Oishi and Sakaue（2009）によって初めて導入された．これらのモデルの hybrid type が一般的仲介取引市場モデルである．

まず，売り手と買い手の有限集合をそれぞれ，$S=\{s_1,s_2,...,s_{n_S}\}$ および $B=\{b_1,b_2,...,b_{n_B}\}$ で表す．売り手の人数を n_Sで，買い手の人数を n_Bで表す．各売り手 s は，非分割財を１単位所有している．これを $\omega_s=1$で表す．売り手たちの財は，それぞれ異なっているとする．すなわち，売り手の集合 S は財の集合でもある．これらの財は金銭によって交換されるとする．一方，各買い手は，高々１単位の財を購入したいと考えている．

次に，仲介業者の有限集合を $M=\{i_1^M,i_2^M,...,i_{n_M}^M\}$ で表し，仲介業者の人数を n_Mで表す．仲介業者は初期時点では財を保有しておらず，

また買い手から購入した財を消費することはないとする．分析の単純化のため，各仲介業者は高々１単位の財を仲介するケースに焦点を当てる．各仲介業者は売り手と買い手のマッチングを行う**マッチメイカー**の役割を持つとする．マッチメイカーである仲介業者の存在により，売り手と買い手が自分たちで相手を探索する必要がなくなる．ただし，仲介業者はマッチングを行う際に，マッチング費用と呼ぶ取引費用 $c_{i^M} \geq 0$がかかる．

次に，**マーケットプレイス**という概念を導入する．マーケットプレイスは，売り手と買い手が出会える場所を意味する．売り手と買い手が直接取引をするためには，マーケットプレイスで互いに取引相手を探索して，取引を行うとする．マーケットプレイス上では，各売り手は探索費用 $c_s \geq 0$をかければ，必ず取引相手（つまり買い手）が見つかるとする．同様に，マーケットプレイス上では，各買い手は探索費用 $c_b \geq 0$をかければ，必ず取引相手（つまり売り手）が見つかるとする．このようにマーケットプレイスは売り手と買い手が出会う「場所」である．マーケットプレイスに別の解釈を与えることも可能である．売り手・買い手間のマッチングを行うわけでないが，出会いの場所は提供するという経済主体としての解釈である．このような経済主体をここでは「疑似的仲介人」と呼ぶことにする．ただし，疑似的仲介人は実質的には「場所」であるので，出会いの場所を提供することで利益を獲得することはないとする．今後，マーケットプレイスを疑似的仲介人として読み替えても差支えない．マーケットプレイスの有限集合を $P = \{i_1^P, i_2^P, \ldots, i_{n_P}^P\}$ で表し，任意の１箇所のマーケットプレイスでは，１組の売り手・買い手の取引しか生じないとする．マーケットプレイスの数は n_Pである．ここでは，マーケットプレイスの数が潜在的な財の割り当て数よりも大きいと仮定する．すなわち，$n_P > \min\{n_S, n_B\}$ を仮定する．この仮定は，売り手と買い手の双方が出会える場所が十分あることを保証するものである．

仲介業者とマーケットプレイスの集合の合併を $I = M \cup P$ で表す．集合 I を仲介機関の集合とする．ここでいう仲介機関とは仲介業者と仲介場所（あるいは疑似的仲介人）の双方を指す．仲介機関の数を n_Iで表し，$n_I = n_M + n_P$とする．売り手，仲介機関および買い手の集合の合併を $N = S \cup I \cup B$ とする．N はすべての経済主体の集合である．すべての経済主体の数を n で表すと，$n = n_S + n_I + n_B$である．

市場の需給は次のように記述される．

売り手サイド：各売り手 $s \in S$ は，次の行動の１つを選択する．

(i)：自分の所有する財を仲介業者に売る．

(ii)：マーケットプレイスで，自分の所有する財を買い手に売る．ただし，売り手 s は買い手を探すために探索費用 $c_s \geq 0$をかける．

(iii)：自分の所有する財を自分で消費する．

売り手 s の消費を x_sで表すと，$x_s \in \{0,1\}$ である．

仲介機関サイド：各仲介業者 $i^M \in M$ は，買い手に高々１単位の財を売りたいと考えている．この目的のために，各仲介業者は売り手から高々１単位の財を購入する．仲介業者 i^Mが財を１単位あたり仲介するのにマッチング費用 $c_{i^M} \geq 0$がかかる．一方，各マーケットプレイス $i^P \in P$ では，売り手・買い手間で高々１単位の財の取引が起きる．換言すれば，疑似的仲介人である $i^P \in P$ は，売り手から高々１単位の財を購入し，購入した場合は買い手に売る．もちろん i^Pのマッチング費用はゼロである．売り手 $s \in S$ の仲介機関 $i \in I$ への供給を $\tilde{x}_{si}$で表すと，

$\tilde{x}_{si}\in\{0,1\}$である．

買い手サイド：各買い手 $b\in B$ は，次の行動の１つを選択する．

(i)：仲介業者から財を高々１単位購入する．

(ii)：マーケットプレイスで，売り手から財を高々１単位購入する．その際に探索費用 $c_b\geq 0$ がかかる．

買い手 $b\in B$ の消費を $x_{sib}\in\{0,1\}$ で表す．$x_{sib}=1$は，仲介機関 $i\in I$ が売り手 $s\in S$ から購入した財に対する，買い手 $b\in B$ の需要が１単位であることを意味する．$x_{sib}=0$は，仲介機関 $i\in I$ が売り手 $s\in S$ から購入した財に対する，買い手 $b\in B$ の需要がないことを意味する．一方，仲介機関の供給を $\tilde{x}_{sib}\in\{0,1\}$ で表す．$\tilde{x}_{sib}=1$は，仲介機関 $i\in I$ が売り手 $s\in S$ から購入した１単位の財を，買い手 $b\in B$ に供給していることを意味する．$\tilde{x}_{sib}=0$は，仲介機関 $i\in I$ が売り手 $s\in S$ から購入した財を，買い手 $b\in B$ に供給していないことを意味する．

売り手 $s\in S$，仲介機関 $i\in I$，買い手 $b\in B$ の実現可能な配分の集合をそれぞれ X_s，X_i，X_b で表す．これらの配分の集合は，上述の市場の需給の説明から，次の A_1，A_2，A_3のように与えられる．

A1：すべての売り手 $s\in S$ に対して

$$X_s\equiv\{(x_s,(\tilde{x}_{si})_{i\in I})\in\mathbb{Z}_+^{1+n_I}:x_s+\sum_{i\in I}\tilde{x}_{si}=\omega_s=1\}.$$

A2：すべての仲介機関 $i\in I$ に対して

$$X_i\equiv\{(\tilde{x}_{sik})_{s\in S,b\in B}\in\mathbb{Z}_+^{n_S n_B}:\sum_{s\in S}\sum_{b\in B}\tilde{x}_{sib}\leq 1\}.$$

A3：すべての買い手 $b\in B$ に対して

$$X_b\equiv\{(x_{sib})_{s\in S,i\in I}\in\mathbb{Z}_+^{n_S n_I}:\sum_{s\in S}\sum_{i\in I}x_{sib}\leq 1\}.$$

各売り手 $s\in S$ と各買い手 $b\in B$ は財の消費から効用を得る．効用は金銭で測ることができるとする．売り手 s の効用関数を $U_s:\mathbb{Z}_+\to\mathbb{R}$，買い手 b の効用関数を $U_b:\mathbb{Z}_+^{n_S n_I}\to\mathbb{R}$で表す．効用関数 $U_s(\cdot)$および $U_b(\cdot)$は非減少関数とし，何も消費しない場合の効用をそれぞれゼロとする．

任意の仲介機関 $i\in I$ に対して，単位ベクトル$\omega_s^i=(0,\ldots,0,e_s^i,0,\ldots,0)\in\mathbb{Z}_+^{n_S n_I}$（ただし$e_s^i=1$）を定義する．ここで，$e_s^i$は仲介機関 $i\in I$ が財 s について仲介していることを意味する．買い手 b が仲介機関 $i\in I$ を通じて，財 s を消費するときの効用は$U_b(\omega_s^i)$で表される．

次に価格体系を導入する．各仲介業者 $i^M\in M$ は，任意の売り手 $s\in S$ から価格$p_s^M\in\mathbb{R}_+$で高々１単位の財を購入するとする．また，各仲介業者 $i^M\in M$ は，任意の買い手 $b\in B$ に財 $s\in S$ を価格$q_s^M\in\mathbb{R}_+$で高々１単位売るとする．

同様に，各マーケットプレイス $i^P\in P$ は，任意の売り手 $s\in S$ から価格$p_s^P\in\mathbb{R}_+$で高々１単位の財を購入する．各マーケットプレイス $i^P\in P$ は，任意の買い手 $b\in B$ に財 $s\in S$ を価格$q_s^P\in\mathbb{R}_+$で高々１単位売る．

価格の組 p および q を次のように定義する．

$$p\equiv(p_s^M,p_s^P)_{s\in S}\in\mathbb{R}_+^{2n_S},\quad q\equiv(p_s^M,p_s^P)_{s\in S}\in\mathbb{R}_+^{2n_S}.$$

価格の組 p は売り手と仲介機関の取引に関連した価格体系を表す．価格の組 q は買い手と仲介機関の取引に関連した価格体系を表す．

次に各経済主体が市場取引から得る効用を考える．まず，すべての売り手 $s\in S$ に対して，売り手 s の効用水準は次のように表される．

$$U_s(x_s)+(p_s^P-c_s)\sum_{i\in P}\tilde{x}_{si}+p_s^M\sum_{i\in M}\tilde{x}_{si}.$$

上記の式における第１項は，自己消費から得られる買い手 s の効用である．第２項は，マーケットプレイス上で買い手に財を販売したときの，売り手 s の純便益である．この場合，売り

手 s には探索費用 c_sがかかる．第３項は，仲介業者に財を販売したときの売り手 s の収入である．

次に，すべての仲介業者 $i \in M$ に対して，仲介業者 $i \in M$ の効用水準は次のように表される．

$$-\sum_{s \in S} p_s^M \Big(\sum_{b \in B} \tilde{x}_{sib}\Big) + \sum_{s \in S}\sum_{b \in B}(q_s^M - c_i)\tilde{x}_{sib}.$$

上記の式における第１項は，売り手から財を購入する際の仲介業者 i の支出である．第２項は，仲介業者が買い手に財を販売するときの，仲介業者 i の純便益である．この場合，仲介業者 i にはマッチング費用 c_iがかかる．

同様に，すべてのマーケットプレイス $i \in P$ に対して，マーケットプレイス i の効用水準は次のように表される．

$$-\sum_{s \in S} p_s^P \Big(\sum_{b \in B} \tilde{x}_{sib}\Big) + \sum_{s \in S}\sum_{b \in B} q_s^P \tilde{x}_{sib}.$$

上記の式の解釈は仲介業者の場合と同様であるが，マーケットプレイス i にはマッチング費用がかからないことに注意する．

次に，すべての買い手 $b \in B$ に対して，買い手 b の効用水準は次のように表される．

$$U_b\big((x_{sib})_{s \in S, i \in I}\big) - \sum_{s \in S}\sum_{i \in P}(q_s^P + c_b)x_{sib} - \sum_{s \in S}\sum_{i \in M} q_s^M x_{sib}.$$

上記の式における，第１項は財の消費から得られる買い手 b の効用である．第２項は，マーケットプレイスで売り手から財を購入する際の買い手 b の支出である．財に対する支払額である q_s^P だけなく，探索費用 c_bも支出に含まれる．第３項は，仲介業者から財を購入する際の買い手 b の支出である．

次の条件 A4は，簡潔に言えば，仲介機関が財を仲介する場合は，必ず買い手に供給することを意味する．

A4：すべての売り手と仲介機関の組 $(s,i) \in S \times I$ に対して

$$\sum_{b \in B} \tilde{x}_{sib} = \tilde{x}_{si}.$$

一方，条件 A5は，簡潔に言えば，買い手に財が供給されると，その財は必ず買い手に消費されることを意味する．

A5：すべての売り手，仲介機関，買い手の組 $(s,i,b) \in S \times I \times B$ に対して

$$x_{sib} = \tilde{x}_{sib}.$$

ここで，仲介取引市場の競争均衡を次のように定義する．

仲介取引市場の競争均衡の定義（マッチングスキルが異なる仲介業者が高々１単位取引できる場合）

価格体系の組と消費の組

$$(p^*, q^*, x^*) = \big(((p_s^{*M}, p_s^{*P})_{s \in S}, (q_s^{*M}, q_s^{*P})_{s \in S}, \\ ((x_s^*)_{s \in S}, (x_{sib}^*)_{s \in S, i \in I, b \in B})\big)$$

が**競争均衡**であるとは，(p^*, q^*, x^*) が次の条件(I)-(V)を満たすことをいう．

(I)：すべての買い手 $s \in S$ に対して

$$U_s(x_s^*) + \max\{p_s^{*P} - c_s, p_s^{*M}\}(\omega_s - x_s^*)$$
$$= \max_{(x_s, (\tilde{x}_{si})_{i \in I}) \in X_s}\Big[U_s(x_s) + (p_s^{*P} - c_s)\sum_{i \in P}\tilde{x}_{si} + p_s^{*M}\sum_{i \in M}\tilde{x}_{si}\Big]$$

(II)：すべての仲介業者 $i \in M$ に対して

$$\sum_{s \in S}\sum_{b \in B}(q_s^{*M} - p_s^{*M} - c_i)x_{sib}^*$$
$$= \max_{(\tilde{x}_{sib})_{s \in S, b \in B} \in X_i}\Big[\sum_{s \in S}\sum_{b \in B}(q_s^{*M} - p_s^{*M} - c_i)\tilde{x}_{sib}\Big]$$

(III)：すべてのマーケットプレイス $i \in P$ に対して

$$\sum_{s \in S}\sum_{b \in B}(q_s^{*P} - p_s^{*P})x_{sib}^*$$
$$= \max_{(\tilde{x}_{sib})_{s \in S, b \in B} \in X_i}\Big[\sum_{s \in S}\sum_{b \in B}(q_s^{*P} - p_s^{*P})\tilde{x}_{sib}\Big]$$

(IV)：すべての買い手 $b \in B$ に対して

$$U_b((x^*_{sib})_{s\in S, i\in I}) - \sum_{s\in S}\{(q^{*P}_s + c_b)\sum_{i\in P}x^*_{sib} + q^{*M}_s\sum_{i\in M}x^*_{sib}\}$$
$$= \max_{(x_{sib})_{s\in S,i\in I}\in X_b}\Big[U_b((x_{sib})_{s\in S,i\in I}) - \sum_{s\in S}\{(q^{*P}_s + c_b)\sum_{i\in P}x_{sib} + q^{*M}_s\sum_{i\in M}x_{sib}\}\Big]$$

(V)：すべての財 $s \in S$ に対して

$$x^*_s + \sum_{i\in I}\sum_{b\in B}x^*_{sib} = \omega_s.$$

条件(I)，(II)，(III)，(IV)は，それぞれ売り手，仲介業者，マーケットプレイスおよび買い手の主体均衡条件を表す．すなわち，各経済主体は，市場取引から得られる自分たちの効用を最大にするように，実現可能な配分を選択する．

条件(V)は，仲介市場全体でみたときに，財の需給が均衡していることを述べている．財の均衡条件(V)は，条件 A1から A5までの５つの条件をまとめたものと数学的に同値になる．

次に，仲介取引で各仲介機関がもたらす相対的な粗便益という概念を導入する．任意に売り手 $s \in S$ と買い手 $b \in B$ を選んで固定する．このときすべての仲介機関の組 $(i^M, i^P) \in M \times P$ に対して，

$$\alpha_{sb} \equiv U_b(\omega^{i^M}_s) - U_b(\omega^{i^P}_s)$$

を定義する．

$\alpha_{sb} > 0$ ならば，$\alpha_{sb} >$ は売り手 s と買い手 b の取引に対して，**仲介業者がもたらす相対的な粗便益**と解釈する．ここで「相対的な粗便益」と呼んでいる理由は，探索費用やマッチング費用は無視したうえで，仲介業者 $i^M \in M$ を経由した際の市場の取引価値の合計である $U_b(\omega^{i^M}_s)$ とマーケットプレイス $i^P \in P$ を経由した際の市場の取引価値の合計である $U_b(\omega^{i^P}_s)$ を比較しているからである．簡潔に言えば，$\alpha_{sb} > 0$ ならば，グロス（粗）の意味では仲介業者を経由する市場取引の方が，その取引価値が相対的に高いことを意味する．一方，$\alpha_{sb} < 0$ ならば，$-\alpha_{sb}$ は売り手 s と買い手 b の取引に対して，**マーケットプレイスがもたらす相対的な粗便益**と解釈する．簡潔に言えば，$-\alpha_{sb} > 0$ ならば，グロス（粗）の意味ではマーケットプレイスを経由する市場取引の方が，その取引価値が相対的に高いことを意味する．

次に，仲介取引市場のマッチング構造と個々の取引が創出する社会的余剰を考えよう．個々の経済主体の集合と買い手，仲介機関，売り手の３人の経済主体からなる組の集合の合併を π で表し，**仲介取引市場のマッチング構造**と呼ぶ．仲介取引市場のマッチング構造 π は，以下で定義される．

$$\pi \equiv \{\{j\} \mid j \in N\} \cup \{\{s, i, b\} \mid s \in S, i \in I, b \in B\}.$$

π は，各経済主体が単独でいるような状況もしくは仲介機関を経由した取引が起きる潜在的なマッチング状況（すなわち，売り手，仲介機関，買い手の３人の経済主体からなるマッチングのすべての組）を記述している．

次の条件(i)-(iv)を満たす $(n + n_S n_I n_B)$ 次元の実数ベクトルを $a = (a_T)_{T\in\pi} \in \mathbb{R}^{n+n_S n_I n_B}_+$ で表す．ベクトル a の各成分 a_T は，マッチングの状況が $T \in \pi$ であるとき，このマッチングを通じてもたらされる社会的余剰を表す．具体的には，次の通りである．

(i)：すべての売り手 $s \in S$ に対して，

$$a_{\{s\}} = U_s(\omega_s).$$

(ii)：すべての仲介機関 $i \in I$ およびすべての買い手 $b \in B$ に対して，

$$\alpha_{\{i\}}=\alpha_{\{b\}}=0.$$

(iii)：すべての売り手，マーケットプレイス，買い手からなる組$(s,i^P,b)\in S\times P\times B$対して，

$$\alpha_{\{s,i^P,b\}}=U_b(\omega_s^{i^P})-c_s-c_b.$$

(iv)：すべての売り手，仲介業者，買い手からなる組$(s,i^M,b)\in S\times M\times B$対して，

$$\alpha_{\{s,i^M,b\}}=U_b(\omega_s^{i^M})-c_{i^M}.$$

条件(i)では，売り手sが単独でもたらす余剰，すなわち売り手sが自己消費したときの効用$U_s(\omega_s)$を$\alpha_{\{s\}}$に対応させている．条件(ii)では，仲介機関と買い手がそれぞれ単独でもたらす余剰はそれぞれ0であることを述べている．条件(iii)では，マーケットプレイスを経由した市場取引がもたらす社会的余剰$U_b(\omega_s^{i^P})-c_s-c_b$を$\alpha_{\{s,i^P,b\}}$に対応させている．市場の取引費用は，売り手と買い手の探索費用の和である．条件(iv)では，仲介業者を経由した市場取引がもたらす社会的余剰$U_b(\omega_s^{i^M})-c_{i^M}$を$\alpha_{\{s,i^M,b\}}$に対応させている．市場の取引費用は，仲介業者のマッチング費用である．

分析の単純化のため，すべての売り手，マーケットプレイス，買い手の組$(s,i^P,b)\in S\times P\times B$とすべての売り手，仲介業者，買い手の組$(s,i^M,b)\in S\times M\times B$に対して，

$$\alpha_{\{s,i^P,b\}}\geq 0,\quad \alpha_{\{s,i^M,b\}}\geq 0$$

を仮定する．なお，この仮定を自然な形で緩めても本質的な結果は変わらない[2]．

2　この仮定の自然な緩和として次のようなものが考えられる．すなわち，すべての売り手，マーケットプレイス，

3　仲介取引市場の厚生経済学の基本定理

Oishi and Sakaue モデルでの様々な結果を導くためには，線形計画法が有益である（線形計画法については，Dantzig（1963）が詳しい）．ここで紹介する線形計画法は，仲介取引市場から導出される**分割線形計画法**（Partitioning Linear Program，略して **PLP**）と呼ばれるものである．この手法は，もともとは非分割財競争市場のゲーム論的分析のために Shapley and Shubik（1971）によって使用された線形計画法であり，Quint（1991）によって一般化されたものである．仲介取引市場のモデルに沿って，Quint による線形計画法を定式化しよう．その際に前節で導入した実数ベクトル$a=(a_T)_{T\in\pi}\in\mathbb{R}_+^{n+n_Sn_Mn_B}$を用いる．

仲介取引市場の分割線形計画法（PLP）

$$(P):\ \max_{(y_T)_{T\in\pi}}\sum_{T\in\pi}a_Ty_T$$
$$s.t.\ \sum_{T\in\pi,\,T\ni j}y_T=1 \text{ for all } j\in N$$
$$y_T\geq 0 \text{ for all } T\in\pi.$$

ここで(P)は，PLP の主問題を表す．$(y_T)_{T\in\pi}$は$(n+n_Sn_Mn_B)$次元の実数ベクトルを表す．

PLP の双対問題を(D)とすると，次のように定式化される．

$$(D):\ \min_{(d_j)_{j\in N}}\sum_{j\in N}d_j$$
$$s.t.\ \sum_{j\in T}d_j\geq a_T \text{ for all } T\in\pi.$$

Quint（1991）は，PLP について次の事実を証明した[3]．

Quint の定理　分割線形計画法（PLP）において，双対問題(D)の最適解の集合が非空であることと主問題(P)に整数解が存在することは同値である．ただし，ここでいう整数解とは，す

べての成分が整数であるような(P)の最適解のことである．

Oishi（2012）は次の命題 1 および命題 2 を証明した．

命題 1　マッチング費用が異なる各仲介業者が高々 1 単位の財を取引できる仲介取引市場において，すべての売り手 $s\in S$，すべての買い手 $b\in B$，すべての仲介機関 $i\in I$ に対して，

$$\alpha_{sb}-c_{i^M}\geq -(c_s+c_b),\quad n_M\geq \min\{n_S,n_B\}$$

とする．このとき，次の(i)と(ii)は同値である．

(i)仲介業者を経由する競争均衡が存在する．

(ii)仲介取引市場の PLP で整数解が存在する．

命題 2　マッチング費用が異なる各仲介業者が高々 1 単位の財を取引できる仲介取引市場において，競争均衡はパレート最適な資源配分を達成する．

次に，マッチングスキルが異なる仲介業者 $i\in M$ が扱うことができる財の数が高々 1 個ではなく，高々 K_i個（ただし 2 $\leq K_i<\infty$）であるような一般的仲介取引市場を分析してみよう．この方向性での分析は Oishi and Sakaue (2009) によって試みられている．

いま仲介業者 $i\in M$ が高々 K_i個の財を取引できるという状況を，高々 1 単位の財を取引できる同質的な仲介業者が K_i人いるという状況に変換する．言い換えれば，タイプ $i\in M$ の仲介業者が全部で K_i人いるという状況に変換する．このような変換をすべての仲介業者 $i\in M$ に対して行うと，仲介業者のタイプの数は n_M個であり，各タイプに属している各仲介業者は高々 1 個の財を取引できる状況を考えることになる．このような状況における仲介取引市場を，**エージェント標準形仲介市場**と呼ぶことにしよう．この名称の由来は，Selten（1975）の展開形ゲームの理論における，エージェント標準形の着想に由来している．エージェント標準形仲介市場では，同じタイプの仲介業者は同一の価格のもと行動する．

エージェント標準形仲介市場において，仲介業者の集合を M^*とする．このとき

$$|M^*|=\sum_{i=1}^{n_M}K_i$$

となる．また，タイプ $i\in M$ の各仲介業者i^{M^*}が仲介する財 1 単位あたりのマッチング費用は等しいと仮定する．すなわち，すべてのタイプ $i\in M$ とタイプ i のすべての仲介業者$i^{M^*}\in M^*$対して，$c_{i^{M^*}}=c_i$と仮定する．ただし，異なる仲介業者 $j,k\in M(j\neq k)$の間では，財 1 単位当たりのマッチング費用は異なるとする．

一般的仲介取引市場の競争均衡の定義は，マッチングスキルが異なる仲介業者が高々 1 単位取引できる場合の競争均衡の定義とほぼ同様にして行うことができる．定式化に際して異なる部分は以下の 2 点である．まず，すべての仲介業者 $i\in M$ に対して，仲介業者が実現可能な配分の集合X_i^*は次のように定式化される．

$$X_i^*\equiv\{(\tilde{x}_{sik})_{s\in S,b\in B}\in\mathbb{Z}_+^{n_S n_B}:\sum_{s\in S}\sum_{b\in B}\tilde{x}_{sib}\leq K_i\}.$$

また，仲介業者の主体均衡条件は，すべての仲介業者 $i\in M$ に対して，

買い手の組$(s,i^P,b)\in S\times P\times B$ とすべての売り手，仲介業者，買い手の組$(s,i^M,b)\in S\times M\times B$ に対して，

$$a_{\{s,i^P,b\}}=\max\{U_b(\omega_s^{i^P})-c_s-c_b,0\},$$
$$a_{\{s,i^M,b\}}=\max\{U_b(\omega_s^{i^M})-c_{i^M},0\}$$

と仮定する．このような仮定のもとでも，本質的な結果は変わらない．

3　Quint（1991）では，非分割財の 2 サイド競争市場の分析の中で分割線形計画法を定義した．しかし，Quint（1991）では競争均衡の存在は扱われていない．

$$\sum_{s\in S}\sum_{b\in B}(q_s^{*M}-p_s^{*M}-c_i)x_{sib}^*$$
$$=\max_{(\tilde{x}_{sib})_{s\in S,b\in B}\in X_i^*}\left[\sum_{s\in S}\sum_{b\in B}(q_s^{*M}-p_s^{*M}-c_i)\tilde{x}_{sib}\right]$$

というように定式化される．ただし，価格体系の組と消費の組(p^*,q^*,x^*)は，一般的仲介取引市場の競争均衡である．他の定式化の部分は，マッチングスキルが異なる仲介業者が高々１単位財を取引できる場合の競争均衡の定義と同様である．

次に，エージェント標準形仲介市場の PLP を考える．$I^*\equiv M^*\cup P$ とし，$n_{I^*}\equiv |M^*\cup P|$ と定義する．$N^*\equiv S\cup I^*\cup B$ とし，$n^*\equiv |N^*|$ と定義する．エージェント標準形仲介市場のマッチング構造 π^*は，以下で定義される．

$$\pi^*\equiv\{\{j\}\,|j\in N^*\}\cup\{\{s,i,b\}\,|s\in S,i\in I^*,b\in B\}.$$

次の条件(i')-(iv')を満たす$(n^*+n_S n_{I^*} n_B)$次元の実数ベクトルを$a=(a_T)_{T\in\pi^*}\in\mathbb{R}_+^{n^*+n_S n_{I^*} n_B}$で表す．ベクトル a の各成分 a_Tは，マッチングの状況が $T\in\pi^*$であるとき，このマッチングを通じてもたらされる社会的余剰を表す．具体的には，次の通りである．

(i')：すべての売り手 $s\in S$ に対して，

$$a_{\{s\}}=U_s(\omega_s).$$

(ii')：すべての仲介機関 $i\in I^*$およびすべての買い手 $b\in B$ に対して，

$$a_{\{i\}}=a_{\{b\}}=0.$$

(iii')：すべての売り手，マーケットプレイス，買い手からなる組$(s,i^P,b)\in S\times P\times B$ 対して，

$$a_{\{s,i^P,b\}}=U_b(\omega_s^{i^P})-c_s-c_b.$$

(iv')：すべての売り手，仲介業者，買い手からなる組$(s,i^{M^*},b)\in S\times M^*\times B$対して，

$$a_{\{s,i^{M^*},b\}}=U_b(\omega_s^{i^{M^*}})-c_{i^{M^*}}.$$

分析の単純化のため，すべての売り手，マーケットプレイス，買い手の組$(s,i^P,b)\in S\times P\times B$ とすべての売り手，仲介業者，買い手の組$(s,i^{M^*},b)\in S\times M^*\times B$ に対して，

$$a_{\{s,i^P,b\}}\geq 0,\quad a_{\{s,i^{M^*},b\}}\geq 0$$

を仮定する．

エージェント標準形仲介取引市場の分割線形計画法（PLP）の主問題

$$(P):\max_{(y_T)_{T\in\pi^*}}\sum_{T\in\pi^*}a_T y_T$$
$$s.t.\ \sum_{T\in\pi^*,T\ni j}y_T=1\ \text{for all}\ j\in N^*$$
$$y_T\geq 0\ \text{for all}\ T\in\pi^*.$$

この主問題に整数解が存在するならば，目的関数の値は一般的仲介市場における取引によって創出される最大の社会的余剰の総和として解釈できる．

Oishi and Sakaue (2009) で証明されている，いくつかの事実から，以下が得られる．

- エージェント標準形仲介市場に競争均衡があるならば，一般的仲介取引市場における仲介業者 $i^M\in M$ に対する競争均衡の帰結は，エージェント標準形仲介市場におけるタイプ $i^M\in M$ のすべての仲介業者$i^{M^*}\in M^*$に対する競争均衡配分の総和になる．
- エージェント標準形仲介市場での売り手および買い手に対する競争均衡配分は，一般的仲介市場での売り手および買い手に対する競争均衡の帰結とそれぞれ一致する．

厳密には，Oishi and Sakaue (2009) は，各経済主体の取引費用は考慮されていない．しかし，各経済主体の取引費用を考慮したうえで，一般的仲介市場とエージェント標準形仲介市場

の間での競争均衡の帰結の関係について分析を行っても，Oishi and Sakaue（2009）と同様の結果が成り立つことを示すことができる（Oishi and Sakaue，mimeo）．

本稿の命題1によれば，エージェント標準形仲介市場に競争均衡が存在することと，エージェント標準形仲介市場に対する PLP に整数解が存在することは同値である．また，先述の通り，エージェント標準形仲介市場の競争均衡から，一般的仲介市場の競争均衡を構成的に生成することができる．さらに，エージェント標準形仲介市場に対する PLP に整数解が存在するならば，一般的仲介取引市場での社会的余剰は最大化される．効用関数の値が貨幣で測ることができるような準線形効用のもとでは，市場取引が創出する社会的余剰が最大化されるならば，その取引によってもたらされる資源配分はパレート効率的である．

これらの事実を組み合わせると，マッチングスキルが異なる仲介業者が複数単位の財を扱うことができるような一般的仲介取引市場の厚生経済学の基本定理を導くことができる．

定理1（一般的仲介取引市場の厚生経済学の基本定理）　仲介業者のマッチング費用が異なり，各仲介業者が扱うことができる財は高々2個以上とする一般的仲介取引市場を考える．すべての売り手 $s\in S$，すべての買い手 $b\in B$，すべての仲介機関$i^{M^*}\in M^*$に対して，

$$\alpha_{sb}-c_{i^{M^*}}\geq-(c_s+c_b),\quad n_{M^*}\geq\min\{n_S,n_B\}$$

とする．このとき，一般的仲介取引市場のもとで，仲介業者を経由する競争均衡が存在するための必要十分条件はエージェント標準形仲介市場の *PLP* で整数解が存在することである．このとき，競争均衡はパレート最適な資源配分を達成する．

一般的仲介取引市場での競争均衡とコアの関係及び，一般的仲介取引市場における厚生経済学の基本定理の厳格な証明は Oishi and Sakaue（mimeo）で与えられている．

4　結び

本稿では，各仲介業者のマッチング費用が異なり，かつ各仲介業者が扱うことができる財が複数であるような一般的仲介取引市場のモデルを導入し，競争均衡がパレート最適な資源配分を達成することを述べた．通常のミクロ経済学や産業組織論で想定されているような売り手サイドと買い手サイドからなる2サイドの競争市場における厚生経済学の基本定理は，一般的仲介取引市場でも成立する．ただし，一般的仲介取引市場では2サイド競争市場と異なり，競争均衡の存在は保証されない．定理1でみたように，一般的仲介取引市場で，競争均衡が存在するための必要十分条件はエージェント標準形仲介市場の PLP で整数解が存在することである．この事実から，仲介取引市場で仲介業者の参入を促す競争政策が，市場の効率性をもたらすとは限らないことがわかる．もし仲介業者の十分な数の参入を通じて，競争が促進され，究極的に各仲介業者のマッチングスキルが同質化していくような状況を考えてみよう．このような状況では仲介取引市場では，仲介業者の競争均衡配分はゼロになり，仲介業者は市場から退出する．（厳密な議論は，Oishi and Sakaue（2014）を参照）この場合，仲介取引市場は2サイドの競争市場に変質するので，パレート効率的な資源配分が達成される．しかし，仲介業者の参入を通じても，各仲介業者のマッチングスキルに差異が依然としてある状況では，参入後の仲介

取引市場から生成されるエージェント標準形仲介市場の PLP で整数解が存在するときにしか，パレート効率的な資源配分が達成されない．一般的仲介取引市場の厚生経済学の基本定理の政策的含意は，仲介業者の参入に係る競争促進と規制を適切に組み合わせることが，仲介取引市場の設計には欠かせないということである．

参考文献

[1] Dantzig G.B (1963), *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

[2] Johri A, Leach J (2002), "Middlemen and the allocation of heterogeneous goods." *International Economic Review* **43**, 347-361.

[3] Kaneko, M (1982), "The central assignment game and the assignment markets," *Journal of Mathematical Economics* **10**, 205-232.

[4] Kaneko, M (1983), "Housing markets with indivisibilities." *Journal of Urban Economics* **13**, 22-50.

[5] Kelso A.S, Crawford V.P (1982), "Job matching coalition formation and gross substitutes," *Econometrica* **50**, 1483-1504.

[6] Oishi T, Sakaue S (2009), "Competitive equilibria in a market for indivisible goods with middlemen," Keio-Kyoto Global COE Discussion Paper Series DP2008-016.

[7] Oishi T (2012), "A core equivalence theorem of an assignment market with middlemen," *Aomori Public College Journal of Management & Economics* **18**, 3-15.

[8] Oishi T, Sakaue S (2014), "Middlemen in the Shapley-Shubik competitive markets for indivisible goods," *Mathematical Economics Letters* **2**, 19-26.

[9] 大石尊之（2016）「仲介取引市場の経済分析」，『市場の質と現代経済』（矢野誠・古川雄一編著）第 7 章所収，pp.151-184，勁草書房.

[10] Oishi T, Sakaue S (2020), "Middlemen in a generalized Shapley-Shubik competitive markets for indivisible goods," mimeo.

[11] Quint T (1991), "Necessary and suffcient conditions for balancedness in partitioning games," *Mathematical Social Sciences* **22**, 87-91.

[12] Rubinstein A, Wolinsky A (1987), "Middlemen," *Quarterly Journal of Economics* **102**, 581-593.

[13] Selten R (1975), "Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games," *International Journal of Game Theory* **4**, 25-55.

[14] Shapley L.S, M. Shubik M (1971), "The assignment game I : The core," *International Journal of Game Theory* **1**, 111-130.

[15] Yavaş A (1994), "Middlemen in bilateral search markets." *Journal of Labor Economics* **12**, 406-429.