

台形近似を中心とした プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の数値計算

鬼頭 正史* ^{チヤハン ケズル} 恰汗・合孜拉**

まえがき

プラズマ分散関数は、超高温プラズマを対象とする核融合理論研究において主要な役割を果たしている。超高温プラズマを電子とイオンの粒子集団とみると、その基礎方程式は統計力学の Boltzmann の方程式と電磁気学の Maxwell の方程式で与えられる。プラズマの分散関数は、この基礎方程式の線型解の中に含まれている。分散関数を含むプラズマの分散関係（波動解の波数 k と周波数 ω の関係）は古くは L.D.Landau¹⁾ (Landau Damping の研究) 以来多くの研究がなされて来ている。

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ は ζ を複素変数として次の形で与えられる複素関数である。

$$Z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{x - \zeta} dx + \sigma i \sqrt{\pi} e^{-\zeta^2}$$

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{Im } \zeta > 0 \\ 1 & \text{Im } \zeta = 0 \\ 2 & \text{Im } \zeta < 0 \end{cases}$$

$$\zeta = x + iy$$

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の数値計算には $Z(\zeta)$ のべき級数、漸近展開、連分数展開²⁾、べき級数と漸近級数を有機的に結びつけた結合公式等³⁾が用いられる。これらの計算方法は、全複素平面 ζ において、収束を期待することができず、収束のよいものを、適宜選択して全平面で有効となる考慮が払われてきた。

近年、台形近似が見直され、無限積分に対して精度の高い計算が行える⁴⁾ことが指摘されている。著者等はこの点に注目して、プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ に台形近似を適用した。上式は $y = 0$ で台形近似を行うと発散するが、 $|y| > 0.2$ の全ての x に対して、台形近似が極めて有効であることがわかった。 $|y| \leq 0.2$ に対しては $|x| < 5$ に対してはべき級数を $|x| \geq 5$ に対しては漸近展開を用い、複素平面 ζ の全てで有効なプラズマ分散関数の数値計算プログラムを開発した。上式で $\exp\{-x^2\}$ は ζ を含まないので、あらかじめ $\exp\{-x^2\}$ をメモリーにストアしておいたところ、より速い計算も可能となった。

*理工学部電気工学科教授

**新疆農業大学基礎部計算機研究室 明星大学理工学部大学院修士課程在学

§1. プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ は、 ζ を複素変数として、 ζ 上半面では Cauchy 積分の一つ

$$Z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{x-\zeta} dx ; \quad \text{Im } \zeta > 0 \quad (1)$$

で定義される関数を実軸をこえて下半面にまで解析接続してえられる解析関数である。解析接続を行った結果は次のようになる。

$$Z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{x-\zeta} dx + \sigma i \sqrt{\pi} e^{-\zeta^2}, \quad (2)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0 & \text{Im } \zeta > 0 \\ 1 & \text{Im } \zeta = 0 \\ 2 & \text{Im } \zeta < 0 \end{cases}$$

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ はべき級数、漸近展開等 $Z(\zeta)$ の数値計算を行うのに便利な展開公式がある。それらを列挙する。

1) べき級数^{2), 3)}

誤差関数 Erf, Erfc を用いると次が得られている。

$$Z(\zeta) = i2e^{-\zeta^2} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \text{Erf}(-i\zeta) \right] = i2e^{-\zeta^2} \text{Erfc}(-i\zeta) \quad (3)$$

誤差関数には次のべき級数公式がある。

$$\text{Erf}(x) = e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^{2n+1}}{(2n+1)!!} \quad (4)$$

ただし

$$\begin{aligned} (2n+1)!! &= (2n+1)(2n-1)\cdots 3 \cdot 1, \\ (-1)!! &= 1 \end{aligned}$$

式(4)を式(3)へ代入して次を得る^{2), 3)}。

$$Z(\zeta) = i\sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} - 2\zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2\zeta^2)^n}{(2n+1)!!} \quad (6)$$

上式で

$$A_n = \frac{(-2\zeta^2)^n}{(2n+1)!!}, \quad A_0 = 1 \quad (7)$$

とおくと、次の漸化式を得る。

$$A_n = -\frac{\zeta^2}{n + \frac{1}{2}} A_{n-1}, \quad A_0 = 1 \quad \text{for } n=1,2,3 \dots \quad (8)$$

よって式(6)は式(8)のもとで

$$Z(\zeta) = i\sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} - 2\zeta \sum_{n=0}^{\infty} A_n = \text{POWERA} \quad (9)$$

となる。上式でPOWERAは上式を数値計算するときのサブ・プログラムの名前である。
誤差関数Erfxは次のべき級数展開も持つ。⁵⁾

$$\text{Erf } x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n! (2n+1)} \quad (10)$$

式(3)へ式(10)を代入して

$$Z(\zeta) = e^{-\zeta^2} \left[i\sqrt{\pi} - 2\zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\zeta^{2n}}{n! (2n+1)} \right] \quad (11)$$

を得る。上式で

$$B_n = \frac{\zeta^{2n}}{n!}, \quad B_0 = 1 \quad (12)$$

とおくと次の漸化式を得る。

$$B_n = \frac{\zeta^2}{n} B_{n-1}, \quad B_0 = 1 \quad \text{for } n=1,2,3 \dots \quad (13)$$

式(12)を式(1)へ代入して次を得る。

$$Z(\zeta) = e^{-\zeta^2} \left[i\sqrt{\pi} - 2\zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{2n+1} \right] = \text{POWERB}$$

2) 漸近展開^{2), 3)}

誤差関数は次の漸近展開をもつことが知られている。^{2), 3), 5)}

$$e^x \text{Erfc}(\sqrt{x}) \sim \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{2^{n+1} x^{n+\frac{1}{2}}} \quad (14)$$

$x = -\zeta^2$ とおくと次を得る。

$$e^{-\zeta^2} \text{Erfc}(-i\zeta) \sim i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1} \zeta^{2n+1}} \quad (15)$$

上式で $Z(\zeta)$ の主要部が求まったので、 $Z(\zeta)$ の漸近展開として次を得る。

$$Z(\zeta) \sim \sigma i\sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2\zeta^2)^n} \quad (16)$$

ここで σ は式(2)で与えられるそれである。

上式に対しても

$$C_n = \frac{(2n-1)!!}{(2\xi^2)^n}, \quad C_0 = 1 \quad (17)$$

とおくと次の漸近式を得る。

$$C_n = \frac{n-1/2}{\xi^2} C_{n-1}, \quad C_0 = 1, \quad \text{for } n = 1, 2, 3 \dots \quad (18)$$

よって式(16)は次のようになる。

$$\begin{aligned} Z(\xi) &\sim \sigma i \sqrt{\pi} e^{-\xi^2} - \frac{1}{\xi} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \quad (19) \\ &= \text{ASYMPT} \end{aligned}$$

3) 連分数展開^{2), 3)}

誤差関数に関して次の連分数展開が成立つ。

$$\begin{aligned} e^{\frac{1}{x^2}} \operatorname{Erfc}\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{x/2}{1} + \frac{x^2/2}{1} + \frac{2x^2/2}{1} + \frac{3x^2/2}{1} + \dots \frac{nx^2/2}{1} + \dots \\ &= \frac{x/2}{1 + \frac{x^2/2}{1 + \frac{2x^2/2}{1 + \frac{3x^2/2}{1 + \dots}}}} \end{aligned}$$

上式で $1/x = i\xi$ とおくと $Z(\xi)$ の主要部は次のようになる。

$$Z(\xi) = i2e^{-\xi^2} \operatorname{Erfc}(-i\xi) = -\frac{1}{\xi} \cdot \frac{1}{1 + \frac{-1/2\xi^2}{1 + \frac{-2/2\xi^2}{1 + \frac{-3/2\xi^2}{1 + \dots}}} \quad (20)$$

ところで Z を複素変数とすると、正規連分数

$$\frac{a_0}{1} + \frac{a_1 Z}{1} + \frac{a_2 Z}{1} + \dots \frac{a_n Z}{1} + \dots \quad (21)$$

において、その近似分数を $P_n(Z)/Q_n(Z)$ とすると $n \geq 1$ に対して次が成立つことが知られている。^{2), 3), 5)}

$$P_n(z) = P_{n-1}(z) + a_n z P_{n-2}(z) \quad (22)$$

$$Q_n(z) = Q_{n-1}(z) + a_n z Q_{n-2}(z)$$

$$P_{-1}(z) = 0, \quad P_0(z) = a_0, \quad Q_{-1}(z) = 1, \quad Q_0(z) = 1$$

式(20)に式(21)、(22)を適用して次を得る。

$$Z(\zeta) = -\frac{1}{\zeta} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_n(-i\zeta)}{Q_n(-i\zeta)} + \sigma i \sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} \quad (23)$$

=CONTINUE

$$P_n(-i\zeta) = P_{n-1}(-i\zeta) - \frac{n}{2\zeta^2} P_{n-2}(-i\zeta)$$

$$Q_n(-i\zeta) = Q_{n-1}(-i\zeta) - \frac{n}{2\zeta^2} Q_{n-2}(-i\zeta)$$

$$P_{-1}(-i\zeta) = 0, P_0(-i\zeta) = 1$$

$$Q_{-1}(-i\zeta) = 1, Q_0(-i\zeta) = 1$$

4) 結合公式³⁾

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の数値計算を行うとき、 $|\zeta| \ll 1$ に対してはべき級数を、また $|\zeta| \gg 1$ に対しては漸近展開を用いて $Z(\zeta)$ の値を求めることができる。しかし $|\zeta| \sim 1$ のような ζ の中間領域では、べき級数、漸近展開のどちらにも問題があり、 $Z(\zeta)$ を精度よく求めるのは困難である。この中間領域にも適用できる $Z(\zeta)$ の展開公式の一つに結合公式がある。この結合公式は名前のように、 $Z(\zeta)$ の漸近展開とべき級数とを有機的に結びつけたもので、詳しくは「漸近展開の部分和の剰余項を整級数で表わした形の公式」と呼ばれるものである。結合公式は次の形で与えられる。

$$Z(\zeta) = i\sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{(2n-1)!!}{(2\zeta^2)^n} - e^{-\zeta^2} \frac{(2N-1)!!}{2^{N-1}} \zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\zeta^2)^{n-N}}{n!(2n-2N+1)} \quad (24)$$

N は正整数であれば何でも良いが通常 ζ の絶対値の整数部をとっている。

式(24)で $N=0$ のときは、その第2項を0として

$$Z(\zeta) = e^{-\zeta^2} \left[i\sqrt{\pi} - 2\zeta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\zeta^{2n}}{n!(2n+1)} \right] \quad (25)$$

と定義する。即ち式(24)は $N=0$ で式(3)のべき級数展開を与えるものとする。また $N \rightarrow \infty$ では式(24)は $Z(\zeta)$ の漸近展開式(16)の主要項 ($\sigma=1$) を表わしていることがわかる。

式(18)、式(12)の係数 A_n, B_n を用いると式(24)は次のようになる

$$Z(\zeta) = i\sqrt{\pi} e^{-\zeta^2} - \frac{1}{\zeta} \sum_{n=0}^{N-1} A_n - e^{-\zeta^2} \cdot 2\zeta \cdot A_N \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n}{2n-2N+1} \quad (26)$$

=KETUGOU

5) 台形則

台形則は有限区間のふつうの積分に適用すると、精度が悪く、実用にならない。しかし台形則を無限区間の積分

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt$$

に適用し、これを等間隔なきざみ幅 h で分布する分点について

$$I_h = h \sum_{i=-\infty}^{\infty} g(ih)$$

の形で計算すると、 $\exp(-x^2)$ を含む被積分関数に対してはきわめて高精度の結果が得られることが知られている。⁴⁾

プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ にこれを適用する。積分を実部、虚部分ける。

$$I(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{u-\zeta} du = \text{Re } I + i \text{Im } I \quad (27)$$

= INTEGRAL

$$\text{Re } I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u-x}{(u-x)^2+y^2} \cdot e^{-u^2} du \quad (28)$$

$$\text{Im } I = y \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{(u-x)^2+y^2} du, \quad \zeta = x+iy \quad (29)$$

式(28)、(29)の被積分関数は $y=0$ のとき $u=x$ で発散する。したがってあまりに微小な y に対しては台形則も良い精度で値を求めることはできない。

§ 2. プラズマ分散関数の数値計算

前章で記した、プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ は、B.D.Fried と N.M.Conte²⁾ によってべき級数、漸近展開及び連分数展開を用いて数値計算が行われている。また M.Kito³⁾ はべき級数でも収束せず、また漸近展開でも収束の悪い、 ζ の中間領域に結合公式を導入し、 ζ 全域で $Z(\zeta)$ の数値計算をより便利なものとした。

近年無限区間における台形則が見直されている。とくに高橋一森⁶⁾ の二重指数関数型数値積分公式 (*Double Exponential formula*) はすぐれている。この公式は2回の指数型変数変換により、被積分関数を例えば $\exp(-x^2)$ 型に変数変換することにある。 $\exp(-x^2)$ は $|x| > 5$ で十分小さな値になるので、台形近似は $|x| < 5$ の範囲で行っても十分満足な結果が得られる。定積分

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$$

は台形近似によって $\sqrt{\pi}$ の約17桁が正しく得られている。⁵⁾

台形近似をプラズマ分散関数に適用する。式(28)、(29)は $y=0$ で発散するので、 $y=0$ で式(28)、(29)に台形近似を適用できない。また $|y| \ll 1$ では台形近似の精度も上がらないことが予想される。 $y=0$ を含む $|y| \ll 1$ では、 x の値に応じてべき級数、漸近展開を使い分ける必要がある。表・1 (a)、表・1 (b)に $y=0$ におけるプラズマ分散関数の数値計算結果を示す。べき級数、漸近展開、連分数展開、結合公式の各々で、相対精度を全て 10^{-8} で統一した。

表・1 (a)からわかるように、べき級数は $0 \leq x \leq 5$ 、 $y=0$ で、相対精度 10^{-8} のもとで収束している。ただ $x=5$ 、 $y=0$ では収束に要する級数和が第57項までとっている。表・1 (b) は $2 \leq x \leq 5$ 、 $y=0$ の範囲で、連分数展開 (CONTINUE)、べき級数 (PO WERA)、漸近展開 (ASYMPT)、結合公式 (KETUGOU) に対して、プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の数値計算を行ったものである。

表・1 (b)で、 $x=2$ 、 $y=0$ ではCONTINUE、ASYMPTは共に収束回数 $n=101$ とな

り収束しないことを示している。特にASYMPTは発散していることがわかる。他方 $x = 5, y = 0$ ではPOWERA、KETUGOU とともに $n = 57$ で収束しているのに対して、CONTINUEは $n = 8$ で、またASYMPTは $n = 10$ で収束している。 $x = 5, y = 0$ ではCONTINUE、POWERA、ASYMPT、KETUGOU 共に同じ値となっている。したがって、収束回数 n の少ないものを $Z(\zeta)$ の数値計算に選べば良い。

表・2 は $y = 0.2$ のときの $0 \leq x \leq 2$ におけるINTEGRAL、CONTINUE、POWERAとKETUGOU(ASYMPTは $x < 1$ では、over flow が現れ計算不能) の様子を、さらに $2 \leq x \leq 5$ ではそれ等にASYMPTの計算結果を附加して表にしたものである。

INTEGRAL に現われる100-divは台形近似の分割巾を100等分割したことを意味する。

表・2 からわかるように、INTEGRALは $0 \leq x \leq 5, y = 0.2$ で、各種展開法の中で収束回数 n の最少のものと数値計算結果が一致している。高々100分割の台形近似で、INTEGRALは $|y| \geq 0.2$ で全ての x について、プラズマ分散関数の数値計算を行えることがわかる。

式(28)、(29)からわかるように、 $\exp(-u^2)$ は複素変数 ζ を含まない。換言すると、台形近似における100分割において、 $\exp(-u^2)$ はプログラム上1回だけ計算して、その結果をstoreしておけばよい。 $u > 5$ で $\exp(-u^2)$ は非常に小さな値となり、台形近似計算への寄与が極めて少ない。そこで $-5 \leq u \leq 5$ の範囲で u を100等分割し、それぞれの数値計算結果を共通配列要素 BUNSAN(100)にstoreさせ、計算速度を加速させた。

表・1 (a)、(b)及び表・2 の結果から、我々はプラズマ分散関数の数値計算を行う際に x, y に次のような区分を設けた。

- i) $|y| < 0.2 \quad 0 < |x| < 5$
POWERA : べき級数
- ii) $|y| < 0.2 \quad 5 < |x|$
ASYMPT : 漸近展開
- iii) その他
INTEGRAL : 台形近似

表1・(a) $y = 0$ (実軸)におけるべき級数 POWERA の $0 \leq x \leq 5$ に対する数値計算結果と収束の様子。プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z, \zeta = x + iy, n$ は収束回数

	X	Y	ReZ	ImZ	n
POWERA	0.00	0.00	0.0000D+00	0.1772D+01	1
POWERA	0.50	0.00	-.8489D+00	0.1380D+01	7
POWERA	1.00	0.00	-.1076D+01	0.6520D+00	10
POWERA	1.50	0.00	-.8565D+00	0.1868D+00	15
POWERA	2.00	0.00	-.6027D+00	0.3246D-01	19
POWERA	2.50	0.00	-.4462D+00	0.3422D-02	24
POWERA	3.00	0.00	-.3565D+00	0.2187D-03	30
POWERA	3.50	0.00	-.2992D+00	0.8481D-05	36
POWERA	4.00	0.00	-.2587D+00	0.1995D-06	43
POWERA	4.50	0.00	-.2282D+00	0.2845D-08	50
POWERA	5.00	0.00	-.2043D+00	0.2462D-10	57

表1・(b) $y = 0$ (実軸)における連分数展開 CONTINUE, べき級数 POWERA, 漸近展開 ASYMPT 及び結合公式 KETUGOU の $0 \leq x \leq 5$ に対する数値計算結果と収束の様子。プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$, n は収束回数

	X	Y	ReZ	ImZ	n
CONTINUE	2.00	0.00	-.8557D+00	0.3246D-01	101
POWERA	2.00	0.00	-.6027D+00	0.3246D-01	19
ASYMPT	2.00	0.00	-.1705D+97	0.3246D-01	101
KETUGOU	2.00	0.00	-.6027D+00	0.3246D-01	19
CONTINUE	2.50	0.00	-.4490D+00	0.3422D-02	101
POWERA	2.50	0.00	-.4462D+00	0.3422D-02	24
ASYMPT	2.50	0.00	-.5796D+77	0.3422D-02	101
KETUGOU	2.50	0.00	-.4462D+00	0.3422D-02	24
CONTINUE	3.00	0.00	-.3565D+00	0.2187D-03	101
POWERA	3.00	0.00	-.3565D+00	0.2187D-03	30
ASYMPT	3.00	0.00	-.7257D+61	0.2187D-03	101
KETUGOU	3.00	0.00	-.3565D+00	0.2187D-03	30
CONTINUE	3.50	0.00	-.2992D+00	0.8481D-05	101
POWERA	3.50	0.00	-.2992D+00	0.8481D-05	36
ASYMPT	3.50	0.00	-.2632D+48	0.8481D-05	101
KETUGOU	3.50	0.00	-.2992D+00	0.8481D-05	36
CONTINUE	4.00	0.00	-.2587D+00	0.1995D-06	101
POWERA	4.00	0.00	-.2587D+00	0.1995D-06	43
ASYMPT	4.00	0.00	-.6069D+36	0.1995D-06	101
KETUGOU	4.00	0.00	-.2587D+00	0.1995D-06	42
CONTINUE	4.50	0.00	-.2282D+00	0.2845D-08	10
POWERA	4.50	0.00	-.2282D+00	0.2845D-08	50
ASYMPT	4.50	0.00	-.2282D+00	0.2845D-08	13
KETUGOU	4.50	0.00	-.2282D+00	0.2845D-08	49
CONTINUE	5.00	0.00	-.2043D+00	0.2462D-10	8
POWERA	5.00	0.00	-.2043D+00	0.2462D-10	57
ASYMPT	5.00	0.00	-.2043D+00	0.2462D-10	10
KETUGOU	5.00	0.00	-.2043D+00	0.2462D-10	57

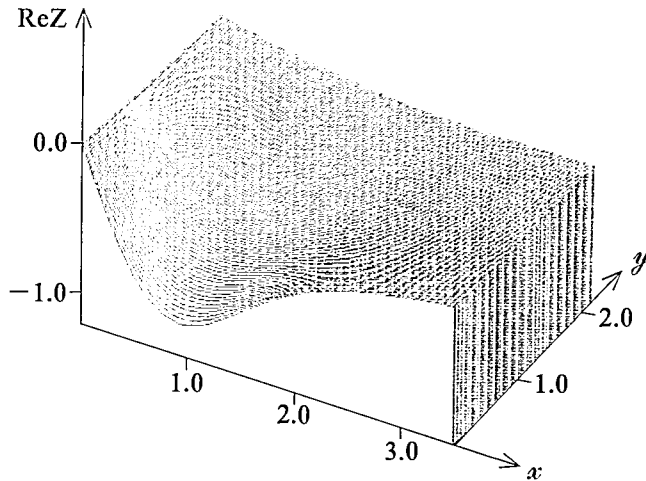
表2 $y=0.2$ における台形近似 INTEGRAL, 連分数展開 CONTINUE, べき級数 POWERA, 漸近展開 ASYMPT, 結合公式の $0 \leq x \leq 5$ に対する数値計算結果と収束の様子。プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$, n は収束回数, $100 - \text{div}$ は台形近似において100等文を行ったとをしめす。

	X	Y	ReZ	ImZ	n
INTEGRAL	0.00	0.20	0.5980D-10	0.1434D+01	100_div
CONTINUE	0.00	0.20	0.0000D+00	0.1446D+01	101
POWERA	0.00	0.20	0.0000D+00	0.1434D+01	5
KETUGOU	0.00	0.20	0.0000D+00	0.1434D+01	5
INTEGRAL	0.50	0.20	-.6217D+00	0.1176D+01	100_div
CONTINUE	0.50	0.20	-.6313D+00	0.1176D+01	101
POWERA	0.50	0.20	-.6217D+00	0.1176D+01	7
KETUGOU	0.50	0.20	-.5497D+00	0.2022D+01	7
INTEGRAL	1.00	0.20	-.8490D+00	0.6614D+00	100_div
CONTINUE	1.00	0.20	-.8499D+00	0.6569D+00	101
POWERA	1.00	0.20	-.8490D+00	0.6614D+00	11
KETUGOU	1.00	0.20	-.7712D+00	0.6306D+00	11
INTEGRAL	1.50	0.20	-.7463D+00	0.2774D+00	100_div
CONTINUE	1.50	0.20	-.7451D+00	0.2770D+00	101
POWERA	1.50	0.20	-.7463D+00	0.2774D+00	15
KETUGOU	1.50	0.20	-.7175D+00	0.2544D+00	15
INTEGRAL	2.00	0.20	-.5695D+00	0.1055D+00	100_div
CONTINUE	2.00	0.20	-.5694D+00	0.1057D+00	101
POWERA	2.00	0.20	-.5695D+00	0.1055D+00	19
KETUGOU	2.00	0.20	-.5687D+00	0.8908D-01	19
	X	Y	ReZ	ImZ	n
INTEGRAL	2.00	0.20	-.5695D+00	0.1055D+00	100_div
CONTINUE	2.00	0.20	-.5694D+00	0.1057D+00	101
POWERA	2.00	0.20	-.5695D+00	0.1055D+00	19
ASYMPT	2.00	0.20	-.2414D+96	0.5785D+96	101
KETUGOU	2.00	0.20	-.5687D+00	0.8908D-01	19
INTEGRAL	3.00	0.20	-.3539D+00	0.2770D-01	100_div
CONTINUE	3.00	0.20	-.3539D+00	0.2770D-01	101
POWERA	3.00	0.20	-.3539D+00	0.2770D-01	30
ASYMPT	3.00	0.20	-.3234D+61	0.3334D+61	101
KETUGOU	3.00	0.20	-.3540D+00	0.2709D-01	30
INTEGRAL	4.00	0.20	-.2579D+00	0.1387D-01	100_div
CONTINUE	4.00	0.20	-.2579D+00	0.1387D-01	31
POWERA	4.00	0.20	-.2579D+00	0.1387D-01	43
ASYMPT	4.00	0.20	0.3901D+36	-.2655D+36	101
KETUGOU	4.00	0.20	-.2579D+00	0.1385D-01	42
INTEGRAL	5.00	0.20	-.2039D+00	0.8520D-02	100_div
CONTINUE	5.00	0.20	-.2039D+00	0.8520D-02	8
POWERA	5.00	0.20	-.2039D+00	0.8520D-02	57
ASYMPT	5.00	0.20	-.2039D+00	0.8520D-02	10
KETUGOU	5.00	0.20	-.2039D+00	0.8520D-02	57

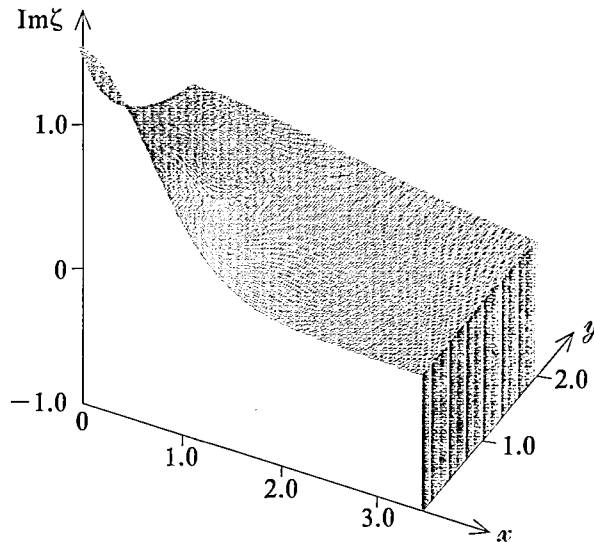
図・1 (a)、(b)、図・2 (a)、(b)に数値計算結果をグラフ化した。図・1は $\zeta = x+iy$ の $y > 0$ に対する $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$ をグラフ化したもので図・1 (a)に $\text{Re}Z$ を図・1 (b)に $\text{Im}Z$ を画かせた。 $y < 0$ に対し、同様のことを行ったのが図・2 (a)、(b)である。

プラズマ分散関数の数表はB.D.Fried and S.D.Conteの*The Plasma Dispersion Function* (Academic Press, New York, 1961)の絶版以来その表を見かけない。表・3にプラズマ分散関数の数表を掲載した。表・3では $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$ 、 $\zeta = x+iy$ に対して、 $y = 0, 1, 2, \dots, 9$ 、及び $y = -1, -2, \dots, -9$ の各 y と $x = 0$ から10まで0.2キザミで

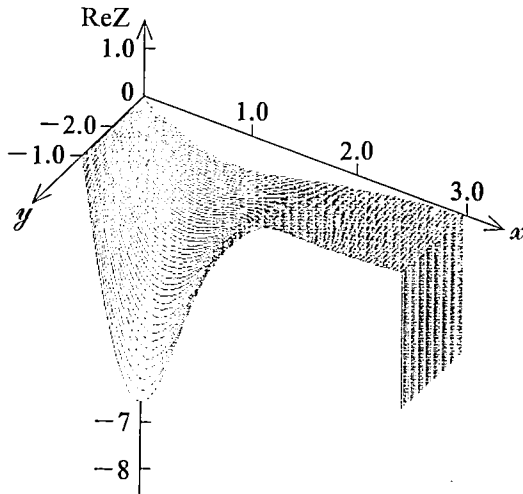
図・1 (a) プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$ 、 $\zeta = x+iy$ の $y > 0$ 、 $x > 0$ に対する実部 $\text{Re}Z$ のグラフ



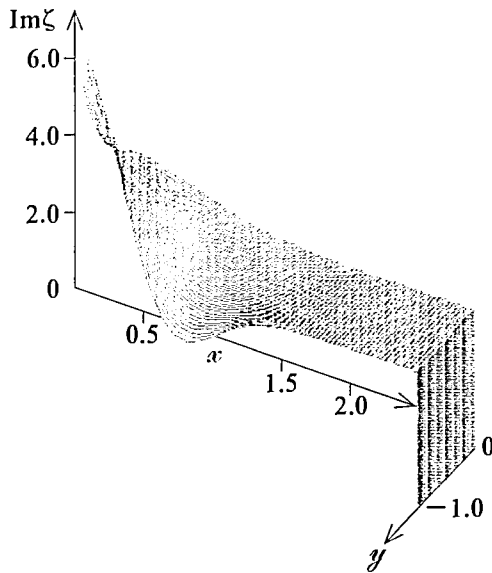
図・1 (b) プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$ 、 $\zeta = x+iy$ の $y > 0$ 、 $x > 0$ に対する虚部 $\text{Im}Z$ のグラフ



図・2(a) プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$ の $y < 0$, $x > 0$ に対する実部 $\text{Re}Z$ のグラフ



図・2(b) プラズマ分散関数 $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$ の $y < 0$, $x > 0$ に対する虚部 $\text{Im}Z$ のグラフ



$\text{Re}Z$ と $\text{Im}Z$ を求め数表とした。

数表・3を作成するための数値計算プログラムを付録に示す。付録では、Quick BASICを計算プログラムとして使用した。各サブ・プログラムには、コメント文でその内容を説明した。サブ・プログラムGCOPY、LPUTC、LPUTSは参考文献(7)によった。

表・3 プラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の数表。ただし $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$

Plasma Dispersion Function $Z(\text{zeta}) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\text{zeta} = x + iy$

Y= 0.0			Y= 1.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	0.0000D+00	0.1772D+01	0.0	-.4131D-12	0.7579D+00
0.2	-.3895D+00	0.1703D+01	0.2	-.9574D-01	0.7470D+00
0.4	-.7199D+00	0.1510D+01	0.4	-.1850D+00	0.7157D+00
0.6	-.9495D+00	0.1237D+01	0.6	-.2624D+00	0.6675D+00
0.8	-.1064D+01	0.9346D+00	0.8	-.3242D+00	0.6071D+00
1.0	-.1076D+01	0.6520D+00	1.0	-.3691D+00	0.5401D+00
1.2	-.1015D+01	0.4199D+00	1.2	-.3973D+00	0.4718D+00
1.4	-.9130D+00	0.2497D+00	1.4	-.4110D+00	0.4063D+00
1.6	-.7999D+00	0.1370D+00	1.6	-.4130D+00	0.3463D+00
1.8	-.6935D+00	0.6942D-01	1.8	-.4063D+00	0.2936D+00
2.0	-.6027D+00	0.3246D-01	2.0	-.3939D+00	0.2486D+00
2.2	-.5290D+00	0.1401D-01	2.2	-.3780D+00	0.2108D+00
2.4	-.4706D+00	0.5585D-02	2.4	-.3605D+00	0.1796D+00
2.6	-.4243D+00	0.2055D-02	2.6	-.3425D+00	0.1540D+00
2.8	-.3871D+00	0.6978D-03	2.8	-.3250D+00	0.1330D+00
3.0	-.3565D+00	0.2187D-03	3.0	-.3083D+00	0.1158D+00
3.2	-.3309D+00	0.6330D-04	3.2	-.2926D+00	0.1015D+00
3.4	-.3090D+00	0.1691D-04	3.4	-.2780D+00	0.8971D-01
3.6	-.2901D+00	0.4170D-05	3.6	-.2646D+00	0.7980D-01
3.8	-.2734D+00	0.9492D-06	3.8	-.2522D+00	0.7143D-01
4.0	-.2587D+00	0.1995D-06	4.0	-.2408D+00	0.6431D-01
4.2	-.2455D+00	0.3869D-07	4.2	-.2302D+00	0.5820D-01
4.4	-.2337D+00	0.6928D-08	4.4	-.2205D+00	0.5292D-01
4.6	-.2229D+00	0.1145D-08	4.6	-.2116D+00	0.4832D-01
4.8	-.2132D+00	0.1748D-09	4.8	-.2033D+00	0.4431D-01
5.0	-.2043D+00	0.2462D-10	5.0	-.1956D+00	0.4077D-01
5.2	-.1961D+00	0.3201D-11	5.2	-.1884D+00	0.3764D-01
5.4	-.1885D+00	0.3842D-12	5.4	-.1817D+00	0.3487D-01
5.6	-.1816D+00	0.4257D-13	5.6	-.1755D+00	0.3238D-01
5.8	-.1751D+00	0.4354D-14	5.8	-.1696D+00	0.3016D-01
6.0	-.1691D+00	0.4111D-15	6.0	-.1642D+00	0.2816D-01
6.2	-.1635D+00	0.3583D-16	6.2	-.1590D+00	0.2635D-01
6.4	-.1582D+00	0.2883D-17	6.4	-.1542D+00	0.2471D-01
6.6	-.1533D+00	0.2141D-18	6.6	-.1497D+00	0.2322D-01
6.8	-.1487D+00	0.1468D-19	6.8	-.1454D+00	0.2186D-01
7.0	-.1444D+00	0.9293D-21	7.0	-.1413D+00	0.2061D-01
7.2	-.1403D+00	0.5429D-22	7.2	-.1375D+00	0.1947D-01
7.4	-.1364D+00	0.2928D-23	7.4	-.1338D+00	0.1843D-01
7.6	-.1327D+00	0.1458D-24	7.6	-.1304D+00	0.1746D-01
7.8	-.1293D+00	0.6700D-26	7.8	-.1271D+00	0.1657D-01
8.0	-.1260D+00	0.2843D-27	8.0	-.1240D+00	0.1575D-01
8.2	-.1229D+00	0.1113D-28	8.2	-.1210D+00	0.1498D-01
8.4	-.1199D+00	0.4025D-30	8.4	-.1182D+00	0.1427D-01
8.6	-.1171D+00	0.1343D-31	8.6	-.1155D+00	0.1361D-01
8.8	-.1144D+00	0.4138D-33	8.8	-.1129D+00	0.1300D-01
9.0	-.1118D+00	0.1177D-34	9.0	-.1104D+00	0.1242D-01
9.2	-.1093D+00	0.3090D-36	9.2	-.1080D+00	0.1188D-01
9.4	-.1070D+00	0.7487D-38	9.4	-.1058D+00	0.1138D-01
9.6	-.1047D+00	0.1675D-39	9.6	-.1036D+00	0.1091D-01
9.8	-.1026D+00	0.3459D-41	9.8	-.1015D+00	0.1047D-01
10.0	-.1005D+00	0.6594D-43	10.0	-.9949D-01	0.1005D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= 2.0			Y= 3.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.3689D-12	0.4527D+00	0.0	-.3130D-12	0.3173D+00
0.2	-.3764D-01	0.4497D+00	0.2	-.1921D-01	0.3161D+00
0.4	-.7400D-01	0.4411D+00	0.4	-.3805D-01	0.3128D+00
0.6	-.1079D+00	0.4272D+00	0.6	-.5615D-01	0.3074D+00
0.8	-.1384D+00	0.4089D+00	0.8	-.7321D-01	0.3001D+00
1.0	-.1648D+00	0.3873D+00	1.0	-.8897D-01	0.2911D+00
1.2	-.1868D+00	0.3632D+00	1.2	-.1032D+00	0.2808D+00
1.4	-.2043D+00	0.3378D+00	1.4	-.1159D+00	0.2694D+00
1.6	-.2175D+00	0.3121D+00	1.6	-.1268D+00	0.2573D+00
1.8	-.2268D+00	0.2867D+00	1.8	-.1361D+00	0.2446D+00
2.0	-.2325D+00	0.2622D+00	2.0	-.1438D+00	0.2318D+00
2.2	-.2353D+00	0.2392D+00	2.2	-.1499D+00	0.2189D+00
2.4	-.2358D+00	0.2178D+00	2.4	-.1546D+00	0.2063D+00
2.6	-.2343D+00	0.1982D+00	2.6	-.1580D+00	0.1940D+00
2.8	-.2314D+00	0.1804D+00	2.8	-.1604D+00	0.1821D+00
3.0	-.2274D+00	0.1643D+00	3.0	-.1617D+00	0.1709D+00
3.2	-.2227D+00	0.1499D+00	3.2	-.1622D+00	0.1602D+00
3.4	-.2175D+00	0.1369D+00	3.4	-.1620D+00	0.1501D+00
3.6	-.2120D+00	0.1254D+00	3.6	-.1612D+00	0.1407D+00
3.8	-.2064D+00	0.1150D+00	3.8	-.1600D+00	0.1319D+00
4.0	-.2007D+00	0.1058D+00	4.0	-.1584D+00	0.1237D+00
4.2	-.1950D+00	0.9752D-01	4.2	-.1564D+00	0.1161D+00
4.4	-.1894D+00	0.9010D-01	4.4	-.1542D+00	0.1090D+00
4.6	-.1840D+00	0.8344D-01	4.6	-.1519D+00	0.1025D+00
4.8	-.1788D+00	0.7745D-01	4.8	-.1494D+00	0.9641D-01
5.0	-.1737D+00	0.7204D-01	5.0	-.1468D+00	0.9080D-01
5.2	-.1688D+00	0.6715D-01	5.2	-.1442D+00	0.8560D-01
5.4	-.1641D+00	0.6272D-01	5.4	-.1415D+00	0.8078D-01
5.6	-.1596D+00	0.5870D-01	5.6	-.1389D+00	0.7632D-01
5.8	-.1553D+00	0.5504D-01	5.8	-.1362D+00	0.7218D-01
6.0	-.1511D+00	0.5170D-01	6.0	-.1336D+00	0.6834D-01
6.2	-.1472D+00	0.4865D-01	6.2	-.1310D+00	0.6477D-01
6.4	-.1434D+00	0.4585D-01	6.4	-.1284D+00	0.6145D-01
6.6	-.1397D+00	0.4328D-01	6.6	-.1259D+00	0.5837D-01
6.8	-.1363D+00	0.4091D-01	6.8	-.1235D+00	0.5549D-01
7.0	-.1330D+00	0.3873D-01	7.0	-.1211D+00	0.5281D-01
7.2	-.1298D+00	0.3672D-01	7.2	-.1187D+00	0.5031D-01
7.4	-.1267D+00	0.3486D-01	7.4	-.1164D+00	0.4797D-01
7.6	-.1238D+00	0.3313D-01	7.6	-.1142D+00	0.4579D-01
7.8	-.1210D+00	0.3152D-01	7.8	-.1121D+00	0.4374D-01
8.0	-.1183D+00	0.3003D-01	8.0	-.1100D+00	0.4182D-01
8.2	-.1157D+00	0.2864D-01	8.2	-.1079D+00	0.4002D-01
8.4	-.1133D+00	0.2734D-01	8.4	-.1059D+00	0.3832D-01
8.6	-.1109D+00	0.2613D-01	8.6	-.1040D+00	0.3673D-01
8.8	-.1086D+00	0.2499D-01	8.8	-.1021D+00	0.3524D-01
9.0	-.1064D+00	0.2393D-01	9.0	-.1003D+00	0.3382D-01
9.2	-.1043D+00	0.2293D-01	9.2	-.9857D-01	0.3249D-01
9.4	-.1022D+00	0.2199D-01	9.4	-.9686D-01	0.3124D-01
9.6	-.1003D+00	0.2111D-01	9.6	-.9520D-01	0.3005D-01
9.8	-.9838D-01	0.2028D-01	9.8	-.9359D-01	0.2893D-01
10.0	-.9655D-01	0.1950D-01	10.0	-.9203D-01	0.2787D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$

Y= 4.0			Y= 5.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.2583D-12	0.2428D+00	0.0	-.2108D-12	0.1962D+00
0.2	-.1146D-01	0.2423D+00	0.2	-.7552D-02	0.1959D+00
0.4	-.2277D-01	0.2407D+00	0.4	-.1504D-01	0.1951D+00
0.6	-.3381D-01	0.2381D+00	0.6	-.2240D-01	0.1937D+00
0.8	-.4444D-01	0.2346D+00	0.8	-.2958D-01	0.1917D+00
1.0	-.5455D-01	0.2302D+00	1.0	-.3652D-01	0.1893D+00
1.2	-.6406D-01	0.2250D+00	1.2	-.4317D-01	0.1864D+00
1.4	-.7288D-01	0.2192D+00	1.4	-.4950D-01	0.1831D+00
1.6	-.8097D-01	0.2128D+00	1.6	-.5546D-01	0.1794D+00
1.8	-.8828D-01	0.2059D+00	1.8	-.6104D-01	0.1753D+00
2.0	-.9481D-01	0.1988D+00	2.0	-.6620D-01	0.1710D+00
2.2	-.1006D+00	0.1913D+00	2.2	-.7095D-01	0.1665D+00
2.4	-.1055D+00	0.1838D+00	2.4	-.7528D-01	0.1618D+00
2.6	-.1098D+00	0.1762D+00	2.6	-.7919D-01	0.1570D+00
2.8	-.1133D+00	0.1686D+00	2.8	-.8268D-01	0.1521D+00
3.0	-.1163D+00	0.1612D+00	3.0	-.8577D-01	0.1471D+00
3.2	-.1186D+00	0.1539D+00	3.2	-.8847D-01	0.1421D+00
3.4	-.1204D+00	0.1467D+00	3.4	-.9081D-01	0.1372D+00
3.6	-.1216D+00	0.1399D+00	3.6	-.9280D-01	0.1323D+00
3.8	-.1225D+00	0.1332D+00	3.8	-.9447D-01	0.1274D+00
4.0	-.1230D+00	0.1269D+00	4.0	-.9584D-01	0.1227D+00
4.2	-.1231D+00	0.1208D+00	4.2	-.9693D-01	0.1181D+00
4.4	-.1229D+00	0.1150D+00	4.4	-.9776D-01	0.1136D+00
4.6	-.1225D+00	0.1094D+00	4.6	-.9837D-01	0.1093D+00
4.8	-.1219D+00	0.1042D+00	4.8	-.9876D-01	0.1050D+00
5.0	-.1210D+00	0.9925D-01	5.0	-.9897D-01	0.1010D+00
5.2	-.1201D+00	0.9456D-01	5.2	-.9901D-01	0.9705D-01
5.4	-.1190D+00	0.9012D-01	5.4	-.9890D-01	0.9328D-01
5.6	-.1178D+00	0.8593D-01	5.6	-.9865D-01	0.8966D-01
5.8	-.1165D+00	0.8197D-01	5.8	-.9829D-01	0.8619D-01
6.0	-.1151D+00	0.7824D-01	6.0	-.9782D-01	0.8287D-01
6.2	-.1137D+00	0.7471D-01	6.2	-.9726D-01	0.7969D-01
6.4	-.1122D+00	0.7139D-01	6.4	-.9663D-01	0.7665D-01
6.6	-.1107D+00	0.6826D-01	6.6	-.9592D-01	0.7375D-01
6.8	-.1092D+00	0.6530D-01	6.8	-.9516D-01	0.7097D-01
7.0	-.1077D+00	0.6250D-01	7.0	-.9435D-01	0.6832D-01
7.2	-.1062D+00	0.5987D-01	7.2	-.9350D-01	0.6579D-01
7.4	-.1046D+00	0.5738D-01	7.4	-.9262D-01	0.6338D-01
7.6	-.1031D+00	0.5502D-01	7.6	-.9170D-01	0.6107D-01
7.8	-.1016D+00	0.5280D-01	7.8	-.9077D-01	0.5887D-01
8.0	-.1001D+00	0.5070D-01	8.0	-.8982D-01	0.5678D-01
8.2	-.9864D-01	0.4871D-01	8.2	-.8885D-01	0.5477D-01
8.4	-.9718D-01	0.4682D-01	8.4	-.8787D-01	0.5286D-01
8.6	-.9575D-01	0.4504D-01	8.6	-.8689D-01	0.5104D-01
8.8	-.9433D-01	0.4335D-01	8.8	-.8591D-01	0.4929D-01
9.0	-.9294D-01	0.4174D-01	9.0	-.8492D-01	0.4763D-01
9.2	-.9158D-01	0.4022D-01	9.2	-.8394D-01	0.4604D-01
9.4	-.9024D-01	0.3877D-01	9.4	-.8296D-01	0.4452D-01
9.6	-.8892D-01	0.3740D-01	9.6	-.8199D-01	0.4307D-01
9.8	-.8763D-01	0.3609D-01	9.8	-.8102D-01	0.4168D-01
10.0	-.8637D-01	0.3485D-01	10.0	-.8006D-01	0.4036D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= 6.0			Y= 7.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.1722D-12	0.1644D+00	0.0	-.1415D-12	0.1414D+00
0.2	-.5333D-02	0.1643D+00	0.2	-.3960D-02	0.1413D+00
0.4	-.1063D-01	0.1638D+00	0.4	-.7901D-02	0.1410D+00
0.6	-.1587D-01	0.1629D+00	0.6	-.1181D-01	0.1405D+00
0.8	-.2101D-01	0.1617D+00	0.8	-.1566D-01	0.1397D+00
1.0	-.2603D-01	0.1603D+00	1.0	-.1944D-01	0.1387D+00
1.2	-.3090D-01	0.1585D+00	1.2	-.2314D-01	0.1376D+00
1.4	-.3560D-01	0.1564D+00	1.4	-.2674D-01	0.1362D+00
1.6	-.4010D-01	0.1541D+00	1.6	-.3022D-01	0.1347D+00
1.8	-.4438D-01	0.1516D+00	1.8	-.3358D-01	0.1330D+00
2.0	-.4845D-01	0.1489D+00	2.0	-.3681D-01	0.1312D+00
2.2	-.5227D-01	0.1460D+00	2.2	-.3989D-01	0.1292D+00
2.4	-.5585D-01	0.1429D+00	2.4	-.4283D-01	0.1272D+00
2.6	-.5918D-01	0.1397D+00	2.6	-.4561D-01	0.1250D+00
2.8	-.6225D-01	0.1364D+00	2.8	-.4823D-01	0.1227D+00
3.0	-.6508D-01	0.1330D+00	3.0	-.5069D-01	0.1203D+00
3.2	-.6766D-01	0.1296D+00	3.2	-.5299D-01	0.1178D+00
3.4	-.6999D-01	0.1261D+00	3.4	-.5513D-01	0.1153D+00
3.6	-.7209D-01	0.1226D+00	3.6	-.5711D-01	0.1128D+00
3.8	-.7397D-01	0.1191D+00	3.8	-.5893D-01	0.1102D+00
4.0	-.7562D-01	0.1156D+00	4.0	-.6060D-01	0.1077D+00
4.2	-.7707D-01	0.1122D+00	4.2	-.6212D-01	0.1051D+00
4.4	-.7833D-01	0.1087D+00	4.4	-.6349D-01	0.1025D+00
4.6	-.7940D-01	0.1054D+00	4.6	-.6473D-01	0.9990D-01
4.8	-.8030D-01	0.1021D+00	4.8	-.6584D-01	0.9734D-01
5.0	-.8105D-01	0.9885D-01	5.0	-.6682D-01	0.9480D-01
5.2	-.8164D-01	0.9570D-01	5.2	-.6768D-01	0.9230D-01
5.4	-.8209D-01	0.9262D-01	5.4	-.6842D-01	0.8983D-01
5.6	-.8242D-01	0.8963D-01	5.6	-.6906D-01	0.8740D-01
5.8	-.8264D-01	0.8672D-01	5.8	-.6960D-01	0.8502D-01
6.0	-.8274D-01	0.8390D-01	6.0	-.7004D-01	0.8268D-01
6.2	-.8275D-01	0.8117D-01	6.2	-.7040D-01	0.8039D-01
6.4	-.8268D-01	0.7853D-01	6.4	-.7067D-01	0.7816D-01
6.6	-.8252D-01	0.7597D-01	6.6	-.7087D-01	0.7598D-01
6.8	-.8230D-01	0.7351D-01	6.8	-.7100D-01	0.7386D-01
7.0	-.8201D-01	0.7113D-01	7.0	-.7106D-01	0.7179D-01
7.2	-.8166D-01	0.6883D-01	7.2	-.7106D-01	0.6978D-01
7.4	-.8126D-01	0.6662D-01	7.4	-.7101D-01	0.6782D-01
7.6	-.8082D-01	0.6449D-01	7.6	-.7090D-01	0.6592D-01
7.8	-.8033D-01	0.6244D-01	7.8	-.7075D-01	0.6408D-01
8.0	-.7982D-01	0.6047D-01	8.0	-.7056D-01	0.6229D-01
8.2	-.7927D-01	0.5857D-01	8.2	-.7033D-01	0.6056D-01
8.4	-.7869D-01	0.5674D-01	8.4	-.7007D-01	0.5888D-01
8.6	-.7809D-01	0.5499D-01	8.6	-.6977D-01	0.5725D-01
8.8	-.7748D-01	0.5330D-01	8.8	-.6944D-01	0.5568D-01
9.0	-.7684D-01	0.5167D-01	9.0	-.6909D-01	0.5415D-01
9.2	-.7619D-01	0.5011D-01	9.2	-.6872D-01	0.5268D-01
9.4	-.7553D-01	0.4861D-01	9.4	-.6832D-01	0.5125D-01
9.6	-.7487D-01	0.4716D-01	9.6	-.6791D-01	0.4987D-01
9.8	-.7419D-01	0.4577D-01	9.8	-.6748D-01	0.4854D-01
10.0	-.7351D-01	0.4443D-01	10.0	-.6704D-01	0.4725D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= 8.0			Y= 9.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.1174D-12	0.1240D+00	0.0	-.9840D-13	0.1104D+00
0.2	-.3053D-02	0.1240D+00	0.2	-.2424D-02	0.1104D+00
0.4	-.6094D-02	0.1237D+00	0.4	-.4840D-02	0.1102D+00
0.6	-.9115D-02	0.1234D+00	0.6	-.7243D-02	0.1100D+00
0.8	-.1210D-01	0.1229D+00	0.8	-.9626D-02	0.1096D+00
1.0	-.1505D-01	0.1222D+00	1.0	-.1198D-01	0.1091D+00
1.2	-.1794D-01	0.1214D+00	1.2	-.1430D-01	0.1086D+00
1.4	-.2078D-01	0.1205D+00	1.4	-.1659D-01	0.1079D+00
1.6	-.2354D-01	0.1194D+00	1.6	-.1883D-01	0.1071D+00
1.8	-.2623D-01	0.1183D+00	1.8	-.2102D-01	0.1063D+00
2.0	-.2883D-01	0.1170D+00	2.0	-.2315D-01	0.1054D+00
2.2	-.3135D-01	0.1156D+00	2.2	-.2522D-01	0.1044D+00
2.4	-.3376D-01	0.1141D+00	2.4	-.2724D-01	0.1033D+00
2.6	-.3608D-01	0.1126D+00	2.6	-.2918D-01	0.1021D+00
2.8	-.3830D-01	0.1109D+00	2.8	-.3106D-01	0.1009D+00
3.0	-.4041D-01	0.1092D+00	3.0	-.3286D-01	0.9967D-01
3.2	-.4241D-01	0.1074D+00	3.2	-.3459D-01	0.9834D-01
3.4	-.4430D-01	0.1056D+00	3.4	-.3625D-01	0.9697D-01
3.6	-.4608D-01	0.1037D+00	3.6	-.3782D-01	0.9555D-01
3.8	-.4776D-01	0.1018D+00	3.8	-.3932D-01	0.9410D-01
4.0	-.4932D-01	0.9987D-01	4.0	-.4075D-01	0.9262D-01
4.2	-.5078D-01	0.9790D-01	4.2	-.4209D-01	0.9110D-01
4.4	-.5213D-01	0.9592D-01	4.4	-.4336D-01	0.8957D-01
4.6	-.5339D-01	0.9393D-01	4.6	-.4455D-01	0.8802D-01
4.8	-.5454D-01	0.9193D-01	4.8	-.4567D-01	0.8645D-01
5.0	-.5559D-01	0.8994D-01	5.0	-.4672D-01	0.8488D-01
5.2	-.5655D-01	0.8796D-01	5.2	-.4769D-01	0.8330D-01
5.4	-.5742D-01	0.8598D-01	5.4	-.4859D-01	0.8172D-01
5.6	-.5821D-01	0.8402D-01	5.6	-.4942D-01	0.8014D-01
5.8	-.5891D-01	0.8208D-01	5.8	-.5019D-01	0.7856D-01
6.0	-.5953D-01	0.8017D-01	6.0	-.5090D-01	0.7699D-01
6.2	-.6008D-01	0.7828D-01	6.2	-.5154D-01	0.7544D-01
6.4	-.6056D-01	0.7642D-01	6.4	-.5212D-01	0.7389D-01
6.6	-.6097D-01	0.7459D-01	6.6	-.5265D-01	0.7237D-01
6.8	-.6131D-01	0.7279D-01	6.8	-.5312D-01	0.7085D-01
7.0	-.6160D-01	0.7102D-01	7.0	-.5354D-01	0.6936D-01
7.2	-.6183D-01	0.6929D-01	7.2	-.5391D-01	0.6789D-01
7.4	-.6200D-01	0.6760D-01	7.4	-.5423D-01	0.6644D-01
7.6	-.6213D-01	0.6594D-01	7.6	-.5451D-01	0.6501D-01
7.8	-.6221D-01	0.6432D-01	7.8	-.5474D-01	0.6361D-01
8.0	-.6225D-01	0.6274D-01	8.0	-.5494D-01	0.6223D-01
8.2	-.6225D-01	0.6120D-01	8.2	-.5509D-01	0.6088D-01
8.4	-.6221D-01	0.5969D-01	8.4	-.5521D-01	0.5955D-01
8.6	-.6214D-01	0.5823D-01	8.6	-.5530D-01	0.5825D-01
8.8	-.6204D-01	0.5680D-01	8.8	-.5536D-01	0.5697D-01
9.0	-.6190D-01	0.5541D-01	9.0	-.5538D-01	0.5573D-01
9.2	-.6174D-01	0.5405D-01	9.2	-.5538D-01	0.5450D-01
9.4	-.6156D-01	0.5273D-01	9.4	-.5535D-01	0.5331D-01
9.6	-.6135D-01	0.5145D-01	9.6	-.5530D-01	0.5214D-01
9.8	-.6112D-01	0.5021D-01	9.8	-.5522D-01	0.5100D-01
10.0	-.6087D-01	0.4899D-01	10.0	-.5513D-01	0.4989D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= 0.0			Y= -1.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	0.0000D+00	0.1772D+01	0.0	-.4131D-12	0.8878D+01
0.2	-.3895D+00	0.1703D+01	0.2	-.3701D+01	0.7780D+01
0.4	-.7199D+00	0.1510D+01	0.4	-.6075D+01	0.5005D+01
0.6	-.9495D+00	0.1237D+01	0.6	-.6528D+01	0.1769D+01
0.8	-.1064D+01	0.9346D+00	0.8	-.5403D+01	-.7554D+00
1.0	-.1076D+01	0.6520D+00	1.0	-.3592D+01	-.2015D+01
1.2	-.1015D+01	0.4199D+00	1.2	-.1939D+01	-.2155D+01
1.4	-.9130D+00	0.2497D+00	1.4	-.8657D+00	-.1685D+01
1.6	-.7999D+00	0.1370D+00	1.6	-.3695D+00	-.1090D+01
1.8	-.6935D+00	0.6942D-01	1.8	-.2393D+00	-.6321D+00
2.0	-.6027D+00	0.3246D-01	2.0	-.2603D+00	-.3639D+00
2.2	-.5290D+00	0.1401D-01	2.2	-.3055D+00	-.2342D+00
2.4	-.4706D+00	0.5585D-02	2.4	-.3302D+00	-.1770D+00
2.6	-.4243D+00	0.2055D-02	2.6	-.3327D+00	-.1488D+00
2.8	-.3871D+00	0.6978D-03	2.8	-.3226D+00	-.1301D+00
3.0	-.3565D+00	0.2187D-03	3.0	-.3079D+00	-.1146D+00
3.2	-.3309D+00	0.6330D-04	3.2	-.2926D+00	-.1012D+00
3.4	-.3090D+00	0.1691D-04	3.4	-.2781D+00	-.8963D-01
3.6	-.2901D+00	0.4170D-05	3.6	-.2646D+00	-.7979D-01
3.8	-.2734D+00	0.9492D-06	3.8	-.2522D+00	-.7143D-01
4.0	-.2587D+00	0.1995D-06	4.0	-.2408D+00	-.6431D-01
4.2	-.2455D+00	0.3869D-07	4.2	-.2303D+00	-.5820D-01
4.4	-.2337D+00	0.6928D-08	4.4	-.2205D+00	-.5292D-01
4.6	-.2229D+00	0.1145D-08	4.6	-.2116D+00	-.4832D-01
4.8	-.2132D+00	0.1748D-09	4.8	-.2033D+00	-.4431D-01
5.0	-.2043D+00	0.2462D-10	5.0	-.1956D+00	-.4077D-01
5.2	-.1961D+00	0.3201D-11	5.2	-.1884D+00	-.3764D-01
5.4	-.1885D+00	0.3842D-12	5.4	-.1817D+00	-.3487D-01
5.6	-.1816D+00	0.4257D-13	5.6	-.1755D+00	-.3238D-01
5.8	-.1751D+00	0.4354D-14	5.8	-.1696D+00	-.3016D-01
6.0	-.1691D+00	0.4111D-15	6.0	-.1642D+00	-.2816D-01
6.2	-.1635D+00	0.3583D-16	6.2	-.1590D+00	-.2635D-01
6.4	-.1582D+00	0.2883D-17	6.4	-.1542D+00	-.2471D-01
6.6	-.1533D+00	0.2141D-18	6.6	-.1497D+00	-.2322D-01
6.8	-.1487D+00	0.1468D-19	6.8	-.1454D+00	-.2186D-01
7.0	-.1444D+00	0.9293D-21	7.0	-.1413D+00	-.2061D-01
7.2	-.1403D+00	0.5429D-22	7.2	-.1375D+00	-.1947D-01
7.4	-.1364D+00	0.2928D-23	7.4	-.1338D+00	-.1843D-01
7.6	-.1327D+00	0.1458D-24	7.6	-.1304D+00	-.1746D-01
7.8	-.1293D+00	0.6700D-26	7.8	-.1271D+00	-.1657D-01
8.0	-.1260D+00	0.2843D-27	8.0	-.1240D+00	-.1575D-01
8.2	-.1229D+00	0.1113D-28	8.2	-.1210D+00	-.1498D-01
8.4	-.1199D+00	0.4025D-30	8.4	-.1182D+00	-.1427D-01
8.6	-.1171D+00	0.1343D-31	8.6	-.1155D+00	-.1361D-01
8.8	-.1144D+00	0.4138D-33	8.8	-.1129D+00	-.1300D-01
9.0	-.1118D+00	0.1177D-34	9.0	-.1104D+00	-.1242D-01
9.2	-.1093D+00	0.3090D-36	9.2	-.1080D+00	-.1188D-01
9.4	-.1070D+00	0.7487D-38	9.4	-.1058D+00	-.1138D-01
9.6	-.1047D+00	0.1675D-39	9.6	-.1036D+00	-.1091D-01
9.8	-.1026D+00	0.3459D-41	9.8	-.1015D+00	-.1047D-01
10.0	-.1005D+00	0.6594D-43	10.0	-.9949D-01	-.1005D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$

Y= -2.0			Y= -3.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.3689D-12	0.1931D+03	0.0	-.3130D-12	0.2872D+05
0.2	-.1334D+03	0.1291D+03	0.2	-.2572D+05	0.1000D+05
0.4	-.1649D+03	-.5257D+01	0.4	-.1653D+05	-.1805D+05
0.6	-.9132D+02	-.1000D+03	0.6	0.8868D+04	-.1797D+05
0.8	0.5819D+01	-.1023D+03	0.8	0.1509D+05	0.1325D+04
1.0	0.5372D+02	-.4693D+02	1.0	0.2953D+04	0.1015D+05
1.2	0.4549D+02	0.3649D+01	1.2	-.5402D+04	0.4140D+04
1.4	0.1701D+02	0.2081D+02	1.4	-.3458D+04	-.2101D+04
1.6	-.1961D+01	0.1455D+02	1.6	0.3870D+03	-.2187D+04
1.8	-.6243D+01	0.4325D+01	1.8	0.1103D+04	-.2189D+03
2.0	-.3740D+01	-.7780D+00	2.0	0.2822D+03	0.4437D+03
2.2	-.1130D+01	-.1480D+01	2.2	-.1346D+03	0.1828D+03
2.4	-.1294D+00	-.8184D+00	2.4	-.8756D+02	-.2372D+02
2.6	-.4857D-01	-.3241D+00	2.6	-.3746D+01	-.3330D+02
2.8	-.1568D+00	-.1649D+00	2.8	0.9876D+01	-.5392D+01
3.0	-.2146D+00	-.1442D+00	3.0	0.2500D+01	0.2170D+01
3.2	-.2243D+00	-.1432D+00	3.2	-.5144D+00	0.8033D+00
3.4	-.2191D+00	-.1360D+00	3.4	-.4360D+00	-.1446D+00
3.6	-.2125D+00	-.1255D+00	3.6	-.1870D+00	-.2032D+00
3.8	-.2064D+00	-.1151D+00	3.8	-.1489D+00	-.1425D+00
4.0	-.2007D+00	-.1058D+00	4.0	-.1554D+00	-.1223D+00
4.2	-.1950D+00	-.9752D-01	4.2	-.1565D+00	-.1155D+00
4.4	-.1894D+00	-.9010D-01	4.4	-.1543D+00	-.1090D+00
4.6	-.1840D+00	-.8344D-01	4.6	-.1519D+00	-.1025D+00
4.8	-.1788D+00	-.7745D-01	4.8	-.1494D+00	-.9641D-01
5.0	-.1737D+00	-.7204D-01	5.0	-.1468D+00	-.9080D-01
5.2	-.1688D+00	-.6715D-01	5.2	-.1442D+00	-.8560D-01
5.4	-.1641D+00	-.6272D-01	5.4	-.1415D+00	-.8078D-01
5.6	-.1596D+00	-.5870D-01	5.6	-.1389D+00	-.7632D-01
5.8	-.1553D+00	-.5504D-01	5.8	-.1362D+00	-.7218D-01
6.0	-.1511D+00	-.5170D-01	6.0	-.1336D+00	-.6834D-01
6.2	-.1472D+00	-.4865D-01	6.2	-.1310D+00	-.6477D-01
6.4	-.1434D+00	-.4585D-01	6.4	-.1284D+00	-.6145D-01
6.6	-.1397D+00	-.4328D-01	6.6	-.1259D+00	-.5837D-01
6.8	-.1363D+00	-.4091D-01	6.8	-.1235D+00	-.5549D-01
7.0	-.1330D+00	-.3873D-01	7.0	-.1211D+00	-.5281D-01
7.2	-.1298D+00	-.3672D-01	7.2	-.1187D+00	-.5031D-01
7.4	-.1267D+00	-.3486D-01	7.4	-.1164D+00	-.4797D-01
7.6	-.1238D+00	-.3313D-01	7.6	-.1142D+00	-.4579D-01
7.8	-.1210D+00	-.3152D-01	7.8	-.1121D+00	-.4374D-01
8.0	-.1183D+00	-.3003D-01	8.0	-.1100D+00	-.4182D-01
8.2	-.1157D+00	-.2864D-01	8.2	-.1079D+00	-.4002D-01
8.4	-.1133D+00	-.2734D-01	8.4	-.1059D+00	-.3832D-01
8.6	-.1109D+00	-.2613D-01	8.6	-.1040D+00	-.3673D-01
8.8	-.1086D+00	-.2499D-01	8.8	-.1021D+00	-.3524D-01
9.0	-.1064D+00	-.2393D-01	9.0	-.1003D+00	-.3382D-01
9.2	-.1043D+00	-.2293D-01	9.2	-.9857D-01	-.3249D-01
9.4	-.1022D+00	-.2199D-01	9.4	-.9686D-01	-.3124D-01
9.6	-.1003D+00	-.2111D-01	9.6	-.9520D-01	-.3005D-01
9.8	-.9838D-01	-.2028D-01	9.8	-.9359D-01	-.2893D-01
10.0	-.9655D-01	-.1950D-01	10.0	-.9203D-01	-.2787D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= -4.0			Y= -5.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.2583D-12	0.3150D+08	0.0	-.2108D-12	0.2553D+12
0.2	-.3025D+08	-.8837D+06	0.2	-.2230D+12	-.1021D+12
0.4	0.1567D+07	-.2680D+08	0.4	0.1646D+12	-.1422D+12
0.6	0.2189D+08	0.1923D+07	0.6	0.4976D+11	0.1710D+12
0.8	-.1936D+07	0.1650D+08	0.8	-.1332D+12	-.1958D+11
1.0	-.1147D+08	-.1686D+07	1.0	0.5108D+11	-.7879D+11
1.2	0.1301D+07	-.7349D+07	1.2	0.3245D+11	0.5103D+11
1.4	0.4345D+07	0.9008D+06	1.4	-.3562D+11	0.4916D+10
1.6	-.5638D+06	0.2369D+07	1.6	0.5681D+10	-.1890D+11
1.8	-.1191D+07	-.3205D+06	1.8	0.7507D+10	0.6601D+10
2.0	0.1661D+06	-.5525D+06	2.0	-.4268D+10	0.1908D+10
2.2	0.2363D+06	0.7864D+05	2.2	0.1787D+08	-.2018D+10
2.4	-.3408D+05	0.9323D+05	2.4	0.7284D+09	0.3412D+09
2.6	-.3392D+05	-.1353D+05	2.6	-.2256D+09	0.1914D+09
2.8	0.4930D+04	-.1138D+05	2.8	-.2722D+08	-.9673D+08
3.0	0.3520D+04	0.1649D+04	3.0	0.3112D+08	0.4859D+07
3.2	-.5069D+03	0.1004D+04	3.2	-.5027D+07	0.7605D+07
3.4	-.2644D+03	-.1433D+03	3.4	-.1288D+07	-.2066D+07
3.6	0.3706D+02	-.6424D+02	3.6	0.5956D+06	-.7684D+05
3.8	0.1422D+02	0.8754D+01	3.8	-.4051D+05	0.1306D+06
4.0	-.2078D+01	0.2830D+01	4.0	-.2140D+05	-.1916D+05
4.2	-.6854D+00	-.5165D+00	4.2	0.5107D+04	-.2229D+04
4.4	-.4915D-01	-.2135D+00	4.4	-.1776D+02	0.9975D+03
4.6	-.1066D+00	-.9678D-01	4.6	-.1488D+03	-.7139D+02
4.8	-.1239D+00	-.1018D+00	4.8	0.1924D+02	-.1622D+02
5.0	-.1214D+00	-.9954D-01	5.0	0.8311D+00	0.3320D+01
5.2	-.1200D+00	-.9460D-01	5.2	-.5538D+00	-.1722D+00
5.4	-.1190D+00	-.9012D-01	5.4	-.6798D-01	-.1392D+00
5.6	-.1178D+00	-.8593D-01	5.6	-.9545D-01	-.8443D-01
5.8	-.1165D+00	-.8197D-01	5.8	-.9891D-01	-.8612D-01
6.0	-.1151D+00	-.7824D-01	6.0	-.9780D-01	-.8293D-01
6.2	-.1137D+00	-.7471D-01	6.2	-.9726D-01	-.7969D-01
6.4	-.1122D+00	-.7139D-01	6.4	-.9663D-01	-.7665D-01
6.6	-.1107D+00	-.6826D-01	6.6	-.9592D-01	-.7375D-01
6.8	-.1092D+00	-.6530D-01	6.8	-.9516D-01	-.7097D-01
7.0	-.1077D+00	-.6250D-01	7.0	-.9435D-01	-.6832D-01
7.2	-.1062D+00	-.5987D-01	7.2	-.9350D-01	-.6579D-01
7.4	-.1046D+00	-.5738D-01	7.4	-.9262D-01	-.6338D-01
7.6	-.1031D+00	-.5502D-01	7.6	-.9170D-01	-.6107D-01
7.8	-.1016D+00	-.5280D-01	7.8	-.9077D-01	-.5887D-01
8.0	-.1001D+00	-.5070D-01	8.0	-.8982D-01	-.5678D-01
8.2	-.9864D-01	-.4871D-01	8.2	-.8885D-01	-.5477D-01
8.4	-.9718D-01	-.4682D-01	8.4	-.8787D-01	-.5286D-01
8.6	-.9575D-01	-.4504D-01	8.6	-.8689D-01	-.5104D-01
8.8	-.9433D-01	-.4335D-01	8.8	-.8591D-01	-.4929D-01
9.0	-.9294D-01	-.4174D-01	9.0	-.8492D-01	-.4763D-01
9.2	-.9158D-01	-.4022D-01	9.2	-.8394D-01	-.4604D-01
9.4	-.9024D-01	-.3877D-01	9.4	-.8296D-01	-.4452D-01
9.6	-.8892D-01	-.3740D-01	9.6	-.8199D-01	-.4307D-01
9.8	-.8763D-01	-.3609D-01	9.8	-.8102D-01	-.4168D-01
10.0	-.8637D-01	-.3485D-01	10.0	-.8006D-01	-.4036D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta) = \text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta = x + iy$

Y= -6.0			Y= -7.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.1722D-12	0.1528D+17	0.0	-.1415D-12	0.6761D+22
0.2	-.9918D+16	-.1083D+17	0.2	-.2176D+22	-.6121D+22
0.4	0.1297D+17	0.1140D+16	0.4	0.3637D+22	0.4469D+22
0.6	-.8463D+16	0.6487D+16	0.6	-.4031D+22	-.2450D+22
0.8	0.1405D+16	-.7935D+16	0.8	0.3491D+22	0.7238D+21
1.0	0.3017D+16	0.4744D+16	1.0	-.2464D+22	0.3401D+21
1.2	-.3497D+16	-.9408D+15	1.2	0.1422D+22	-.7380D+21
1.4	0.1911D+16	-.9917D+15	1.4	-.6495D+21	0.6966D+21
1.6	-.4056D+15	0.1110D+16	1.6	0.2078D+21	-.4796D+21
1.8	-.2282D+15	-.5533D+15	1.8	-.1780D+20	0.2642D+21
2.0	0.2535D+15	0.1187D+15	2.0	-.3355D+20	-.1192D+21
2.2	-.1153D+15	0.3612D+14	2.2	0.3089D+20	0.4364D+20
2.4	0.2417D+14	-.4166D+14	2.4	-.1742D+20	-.1226D+20
2.6	0.3796D+13	0.1730D+14	2.6	0.7550D+19	0.2103D+19
2.8	-.4920D+13	-.3463D+13	2.8	-.2655D+19	0.1859D+18
3.0	0.1871D+13	-.2413D+12	3.0	0.7648D+18	-.3338D+18
3.2	-.3520D+12	0.4171D+12	3.2	-.1762D+18	0.1651D+18
3.4	-.5933D+10	-.1457D+12	3.4	0.2956D+17	-.5733D+17
3.6	0.2534D+11	0.2550D+11	3.6	-.2133D+16	0.1576D+17
3.8	-.8176D+10	-.3838D+09	3.8	-.7445D+15	-.3544D+16
4.0	0.1321D+10	-.1101D+10	4.0	0.3968D+15	0.6492D+15
4.2	-.4474D+08	0.3306D+09	4.2	-.1147D+15	-.9287D+14
4.4	-.3408D+08	-.4907D+08	4.4	0.2493D+14	0.8788D+13
4.6	0.9632D+07	0.2176D+07	4.6	-.4369D+13	0.1157D+11
4.8	-.1308D+07	0.7480D+06	4.8	0.6275D+12	-.2250D+12
5.0	0.6470D+05	-.2021D+06	5.0	-.7267D+11	0.5947D+11
5.2	0.1155D+05	0.2506D+05	5.2	0.6313D+10	-.1045D+11
5.4	-.3055D+04	-.1282D+04	5.4	-.2937D+09	0.1436D+10
5.6	0.3454D+03	-.1240D+03	5.6	-.2263D+08	-.1608D+09
5.8	-.1758D+02	0.3313D+02	5.8	0.7691D+07	0.1472D+08
6.0	-.9825D+00	-.3513D+01	6.0	-.1150D+07	-.1066D+07
6.2	0.1769D+00	0.8623D-01	6.2	0.1256D+06	0.5401D+05
6.4	-.1072D+00	-.7434D-01	6.4	-.1098D+05	-.7102D+03
6.6	-.8139D-01	-.7743D-01	6.6	0.7857D+03	-.2235D+03
6.8	-.8229D-01	-.7338D-01	6.8	-.4570D+02	0.3240D+02
7.0	-.8201D-01	-.7113D-01	7.0	0.1962D+01	-.2976D+01
7.2	-.8166D-01	-.6883D-01	7.2	-.1261D+00	0.1299D+00
7.4	-.8126D-01	-.6662D-01	7.4	-.7182D-01	-.7896D-01
7.6	-.8082D-01	-.6449D-01	7.6	-.7068D-01	-.6541D-01
7.8	-.8033D-01	-.6244D-01	7.8	-.7077D-01	-.6410D-01
8.0	-.7982D-01	-.6047D-01	8.0	-.7056D-01	-.6229D-01
8.2	-.7927D-01	-.5857D-01	8.2	-.7033D-01	-.6056D-01
8.4	-.7869D-01	-.5674D-01	8.4	-.7007D-01	-.5888D-01
8.6	-.7809D-01	-.5499D-01	8.6	-.6977D-01	-.5725D-01
8.8	-.7748D-01	-.5330D-01	8.8	-.6944D-01	-.5568D-01
9.0	-.7684D-01	-.5167D-01	9.0	-.6909D-01	-.5415D-01
9.2	-.7619D-01	-.5011D-01	9.2	-.6872D-01	-.5268D-01
9.4	-.7553D-01	-.4861D-01	9.4	-.6832D-01	-.5125D-01
9.6	-.7487D-01	-.4716D-01	9.6	-.6791D-01	-.4987D-01
9.8	-.7419D-01	-.4577D-01	9.8	-.6748D-01	-.4854D-01
10.0	-.7351D-01	-.4443D-01	10.0	-.6704D-01	-.4725D-01

Plasma Dispersion Function $Z(\zeta)=\text{Re}Z + i\text{Im}Z$, $\zeta=x + iy$

Y= -8.0			Y= -9.0		
X	ReZ	ImZ	X	ReZ	ImZ
0.0	-.1174D-12	0.2210D+29	0.0	-.9840D-13	0.5339D+36
0.2	0.1240D+28	-.2120D+29	0.2	0.2270D+36	-.4600D+36
0.4	-.2195D+28	0.1871D+29	0.4	-.3611D+36	0.2768D+36
0.6	0.2688D+28	-.1518D+29	0.6	0.3654D+36	-.7239D+35
0.8	-.2698D+28	0.1134D+29	0.8	-.2719D+36	-.7314D+35
1.0	0.2341D+28	-.7787D+28	1.0	0.1475D+36	0.1297D+36
1.2	-.1798D+28	0.4919D+28	1.2	-.4823D+35	-.1169D+36
1.4	0.1238D+28	-.2857D+28	1.4	-.5054D+34	0.7503D+35
1.6	-.7697D+27	0.1526D+28	1.6	0.2071D+35	-.3570D+35
1.8	0.4344D+27	-.7488D+27	1.8	-.1741D+35	0.1158D+35
2.0	-.2232D+27	0.3377D+27	2.0	0.9698D+34	-.1251D+34
2.2	0.1047D+27	-.1399D+27	2.2	-.3994D+34	-.1368D+34
2.4	-.4492D+26	0.5323D+26	2.4	0.1186D+34	0.1193D+34
2.6	0.1764D+26	-.1858D+26	2.6	-.1970D+33	-.5867D+33
2.8	-.6348D+25	0.5951D+25	2.8	-.2819D+32	0.2083D+33
3.0	0.2096D+25	-.1746D+25	3.0	0.3682D+32	-.5464D+32
3.2	-.6349D+24	0.4690D+24	3.2	-.1655D+32	0.9465D+31
3.4	0.1766D+24	-.1152D+24	3.4	0.5084D+31	-.3108D+30
3.6	-.4514D+23	0.2581D+23	3.6	-.1158D+31	-.4861D+30
3.8	0.1060D+23	-.5266D+22	3.8	0.1875D+30	0.2159D+30
4.0	-.2288D+22	0.9747D+21	4.0	-.1525D+29	-.5811D+29
4.2	0.4542D+21	-.1628D+21	4.2	-.2336D+28	0.1142D+29
4.4	-.8289D+20	0.2436D+20	4.4	0.1280D+28	-.1648D+28
4.6	0.1391D+20	-.3220D+19	4.6	-.3103D+27	0.1507D+27
4.8	-.2148D+19	0.3666D+18	4.8	0.5264D+26	0.3265D+24
5.0	0.3051D+18	-.3388D+17	5.0	-.6629D+25	-.3322D+25
5.2	-.3986D+17	0.2083D+16	5.2	0.5818D+24	0.7688D+24
5.4	0.4791D+16	0.2972D+14	5.4	-.2178D+23	-.1137D+24
5.6	-.5297D+15	-.3428D+14	5.6	-.3408D+22	0.1236D+23
5.8	0.5389D+14	0.6663D+13	5.8	0.8721D+21	-.9796D+21
6.0	-.5043D+13	-.9250D+12	6.0	-.1148D+21	0.4650D+20
6.2	0.4341D+12	0.1061D+12	6.2	0.1076D+20	0.7922D+18
6.4	-.3437D+11	-.1056D+11	6.4	-.7485D+18	-.4404D+18
6.6	0.2502D+10	0.9323D+09	6.6	0.3538D+17	0.5394D+17
6.8	-.1675D+09	-.7383D+08	6.8	-.5387D+15	-.4390D+16
7.0	0.1031D+08	0.5284D+07	7.0	-.9237D+14	0.2642D+15
7.2	-.5835D+06	-.3434D+06	7.2	0.1167D+14	-.1146D+14
7.4	0.3034D+05	0.2032D+05	7.4	-.8379D+12	0.2755D+12
7.6	-.1449D+04	-.1098D+04	7.6	0.4348D+11	0.6159D+10
7.8	0.6346D+02	0.5422D+02	7.8	-.1667D+10	-.1138D+10
8.0	-.2618D+01	-.2519D+01	8.0	0.4204D+08	0.7459D+08
8.2	0.3207D-01	0.4068D-01	8.2	-.1839D+06	-.3348D+07
8.4	-.6540D-01	-.6357D-01	8.4	-.4761D+05	0.1115D+06
8.6	-.6204D-01	-.5809D-01	8.6	0.3071D+04	-.2634D+04
8.8	-.6204D-01	-.5680D-01	8.8	-.1208D+03	0.3083D+02
9.0	-.6190D-01	-.5541D-01	9.0	0.3413D+01	0.6762D+00
9.2	-.6174D-01	-.5405D-01	9.2	-.1285D+00	-.1120D+00
9.4	-.6156D-01	-.5273D-01	9.4	-.5438D-01	-.5128D-01
9.6	-.6135D-01	-.5145D-01	9.6	-.5530D-01	-.5219D-01
9.8	-.6112D-01	-.5021D-01	9.8	-.5522D-01	-.5100D-01
10.0	-.6087D-01	-.4899D-01	10.0	-.5513D-01	-.4989D-01

図付録 プラズマ分散関数を求める計算機プログラム(言語は Quick BASIC を使用した)

```

' $INCLUDE: 'ZETA.BAS'
COMMON SHARED BUNSAN#( )
DIM BUNSAN#(100)
CONST Rd = 3.141592653# / 180
CLS
'
CALL EXPZETA(BUNSAN#( ))
'Coefficients of Power Series A, B and KETUGOU
'is obtained and stored in BUNSAN#(100)
'
' CALL TABLEA4
' CALL TABLEB5
CALL COMPARISON
' CALL GRAPHB
' CALL NGRAPHB
' CALL GRAPHB
' CALL NGRAPHB
' CALL GCOPI
END

SUB ACOEF (X#, Y#, AA#( ))
'
' Input X#, Y#
' Output AA#(2,100)
' Coefficient AA#( ) is stored in this program
'
AR# = 1
AI# = 0
AA#(1, 0) = AR#
AA#(2, 0) = AI#
'
CALL COMPLEX(X#, Y#, "*", X#, Y#, ZZR#, ZZI#)
'
FOR N = 1 TO 100
CALL COMPLEX(N - .5, 0!, "/", ZZR#, ZZI#, P#, Q#)
CALL COMPLEX(AR#, AI#, "*", P#, Q#, S#, T#)
AR# = S#
AI# = T#
AA#(1, N) = AR#
AA#(2, N) = AI#
NEXT N
END SUB

SUB ASYMPPT (X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
'
'Asymptotic expansion of Z(zeta)=ZR# + i ZI#
'zeta = X# + i Y#
'Input X#, Y#
'Output ZR#, ZI#
'Output n = number of iteration
'
DIM AA#(2, 100)
EPS# = .00000001#
P# = 0!
Q# = 0
'
CALL ACOEF(X#, Y#, AA#( ))
'
FOR N = 0 TO 100
F# = AA#(1, N)

```

```

    G# = AA#(2, N)
    CALL COMPLEX(P#, Q#, "+", F#, G#, P#, Q#)
    EE# = SQR(F# ^ 2 + G# ^ 2) / SQR(P# ^ 2 + Q# ^ 2)
    IF EE# < EPS# THEN EXIT FOR
NEXT N
CALL COMPLEX(P#, Q#, "/", X#, Y#, U#, V#)
SG# = SGM(Y#)
CALL EXPZ2(X#, Y#, ReZ#, ImZ#)
CALL COMPLEX(0!, SG#, "*", ReZ#, ImZ#, P#, Q#)
CALL COMPLEX(P#, Q#, "-", U#, V#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB BCOEF (X#, Y#, BB#())
'Input X#, Y#
'Output BB#(2,100)
'Coefficient BB#( ) is stored in this program
BR# = 1!
BI# = 0!
BB#(1, 0) = BR#
BB#(2, 0) = BI#
CALL COMPLEX(X#, Y#, "*", X#, Y#, X2#, Y2#)
FOR N = 1 TO 100
    N# = N
    CALL COMPLEX(X2#, Y2#, "/", N#, 0, P#, Q#)
    CALL COMPLEX(P#, Q#, "*", BR#, BI#, S#, T#)
    BB#(1, N) = S#
    BB#(2, N) = T#
    BR# = S#
    BI# = T#
NEXT N
END SUB

SUB CCOEF (X#, Y#, C#())
'Input X#, Y#
'Output C#(2,100)
'Coefficient C#( ) is stored in this program
CR# = 1
CI# = 0
C#(1, 0) = CR#
C#(2, 0) = CI#
CALL COMPLEX(-X#, -Y#, "*", X#, Y#, Z2R#, Z2I#)
FOR N = 1 TO 100
    A# = N + .5

```

```

,
CALL COMPLEX(Z2R# / A#, Z2I# / A#, "*", CR#, CI#, U#, V#)
,
C#(1, N) = U#
C#(2, N) = V#
CR# = U#
CI# = V#
NEXT N
END SUB

SUB COMPARISON
,
' Plasma Dispersion Function is tabulated and
' compared with Sub programs "INTEGRAL, CONTINUE,
' POWERA, POWERB, ASYMPTOTIC and KETUGOU"
,
Y# = 0!
CALL TITLE
FOR X# = 2! TO 5.1 STEP .5
,
CALL GENETABLE("INTEGRAL", X#, Y#)
,
CALL GENETABLE("CONTINUE", X#, Y#)
,
CALL GENETABLE("POWERA", X#, Y#)
,
CALL GENETABLE("POWERB", X#, Y#)
,
CALL GENETABLE("ASYMPT", X#, Y#)
,
CALL GENETABLE("KETUGOU", X#, Y#)
PRINT
NEXT X#
END SUB

SUB COMPLEX (AR#, AI#, S$, BR#, BI#, CR#, CI#)
,
' 複素数の四則演算
' Input AR#, AI#, BR#, BI#
' Output CR#, CI#
' Output S$ is selected by sign of +, -, *, /
' respectively
,
SELECT CASE S$
CASE "+"
CR# = AR# + BR#
CI# = AI# + BI#
CASE "-"
CR# = AR# - BR#
CI# = AI# - BI#
CASE "*"
CR# = AR# * BR# - AI# * BI#
CI# = AI# * BR# + AR# * BI#
CASE "/"
D# = BR# ^ 2 + BI# ^ 2
CR# = (AR# * BR# + AI# * BI#) / D#
CI# = (AI# * BR# - AR# * BI#) / D#
END SELECT
END SUB

SUB CONTINUE (X#, Y#, ZR#, ZI#, N)

```



```

,
'Continued Fractional
'Input  X#, Y#  zeta = X# + i Y#
'Output ZR#, ZI#  Z(zeta) = ZR# + i ZI#
'Output  N is number of iteraton
,
EPS# = .00000001#
,
PAR# = 0!
PAI# = 0!
PBR# = 1!
PBI# = 0!
,
QAR# = 1!
QAI# = 0!
QBR# = 1!
QBI# = 0!
,
CALL COMPLEX(X#, Y#, "*", X#, Y#, Z2R#, Z2I#)
,
N = 1
,
CALL COMPLEX(N / 2!, 0!, "/", Z2R#, Z2I#, GR#, GI#)
,
CALL COMPLEX(GR#, GI#, "*", PAR#, PAI#, NPAR#, NPAI#)
,
CALL COMPLEX(PBR#, PBI#, "-", NPAR#, NPAI#, PCR#, PCI#)
,
CALL COMPLEX(GR#, GI#, "*", QAR#, QAI#, NQAR#, NQAI#)
,
CALL COMPLEX(QBR#, QBI#, "-", NQAR#, NQAI#, QCR#, QCI#)
,
CALL COMPLEX(PCR#, PCI#, "/", QCR#, QCI#, UR#, UI#)
,
FOR N = 2 TO 100
  PAR# = PBR#
  PAI# = PBI#
  PBR# = PCR#
  PBI# = PCI#
  ,
  QAR# = QBR#
  QAI# = QBI#
  QBR# = QCR#
  QBI# = QCI#
  ,
  CALL COMPLEX(N / 2!, 0!, "/", Z2R#, Z2I#, GR#, GI#)
  ,
  CALL COMPLEX(GR#, GI#, "*", PAR#, PAI#, NPAR#, NPAI#)
  ,
  CALL COMPLEX(PBR#, PBI#, "-", NPAR#, NPAI#, PCR#, PCI#)
  ,
  CALL COMPLEX(GR#, GI#, "*", QAR#, QAI#, NQAR#, NQAI#)
  ,
  CALL COMPLEX(QBR#, QBI#, "-", NQAR#, NQAI#, QCR#, QCI#)
  ,
  CALL COMPLEX(PCR#, PCI#, "/", QCR#, QCI#, WR#, WI#)
  ,
  A# = SQR(UR# ^ 2 + UI# ^ 2)
  B# = SQR(WR# ^ 2 + WI# ^ 2)
  IF ABS(A# - B#) < EPS# THEN EXIT FOR
  UR# = WR#
  UI# = WI#

```

```

NEXT N
,
CALL COMPLEX(WR#, WI#, "/", -X#, -Y#, SR#, SI#)
,
CALL EXPZ2(X#, Y#, ER#, EI#)
,
CALL COMPLEX(0#, SGM(Y#), "*", ER#, EI#, TR#, TI#)
,
CALL COMPLEX(SR#, SI#, "+", TR#, TI#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB DISPERSION (X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
'Plasma Dispersion Function Z(zeta)= ZR# + i ZI# is
'obtained in terms of "INTEGRAL, POWERA AND ASYMPTOTIC"
'in full range of zeta = X# + i Y#
,
'Input X#, Y#
'Output ZR#, ZI#
,
S# = ABS(Y#)
IF S# > .2 THEN
,
CALL INTEGRAL(X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
ELSEIF ABS(X#) < 5! THEN
,
CALL POWERA(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
,
ELSE
,
CALL ASYMPT(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
,
END IF
END SUB

SUB EXPZ2 (X#, Y#, ER#, EI#)
,
' EXPZ2=exp(-zeta^2) is obtained
' Input zeta = X# + i Y#
' Output ER#, EI# is real and imaginary part
' of EXPZ2, respectively
,
D# = EXP(-X# ^ 2 + Y# ^ 2)
ER# = D# * COS(2! * X# * Y#)
EI# = -D# * SIN(2! * X# * Y#)
END SUB

SUB EXPZETA (A#())
,
'Output A#(100)
'exp(-u^2) which appears in Cauchy Integral is
'stored in A#(100) divided by subdivision h=0.1
'from u=-5 to u=5
,
N% = 1
A#(N%) = EXP(-25!)
H# = .1
FOR U# = -5 + H# TO 5 - H# STEP H#
N% = N% + 1
A#(N%) = EXP(-U# ^ 2)
NEXT U#

```

```
A#(N% + 1) = EXP(-25!)
END SUB
```

```
SUB GCOPIY
'参考文献 河西朝雄 :Quick BASIC 上
LPUTS CHR$(&H1B) + "T16" '改行幅
LPUTS CHR$(&H1B) + "D" 'コピー・モード
FOR X = &H4F TO 0 STEP -1
  LPUTS CHR$(&H1B) + "S0400" '8ビット対応
  FOR Y = 0 TO 399
    DEF SEG = &HA800: A = PEEK(X + Y * &H50) 'Blue
    DEF SEG = &HB000: B = PEEK(X + Y * &H50) 'Red
    DEF SEG = &HA800: C = PEEK(X + Y * &H50) 'Green
    LPUTC (A OR B OR C)
  NEXT Y
  LPUTC &HD: LPUTC &HA '改行
NEXT X
LPUTS CHR$(&H1B) + "A" 'ノーマル改行幅
LPUTS CHR$(&H1B) + "M" '通常モード
END SUB
```

```
SUB GENETABLE (CH$, X#, Y#)
',
'Plasma Dispersion Function is called by input of CH$
'which represents "INTEGRAL, CONTINUE, POWERA, POWERB,
'ASYMPT and KETUGOU " respectively.
',
'Input CH$, X#, Y#
',
SELECT CASE CH$
',
CASE "INTEGRAL"
CALL INTEGRAL(X#, Y#, ZR#, ZI#)
CALL INSATU("INTEGRAL", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT " 100_div"
',
CASE "CONTINUE"
CALL CONTINUE(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
CALL INSATU("CONTINUE", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ###"; N
',
CASE "POWERA"
CALL POWERA(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
CALL INSATU("POWERA", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ###"; N
',
CASE "POWERB"
CALL POWERB(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
CALL INSATU("POWERB", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ###"; N
',
CASE "ASYMPT"
CALL ASYMPT(X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
CALL INSATU("ASYMPT", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ###"; N
',
CASE "KETUGOU"
NN% = SQR(X# ^ 2 + Y# ^ 2)
CALL KETUGOU(NN%, X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
CALL INSATU("KETUGOU", X#, Y#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ###"; N
END SELECT
```

```

END SUB

SUB GENETEST (CH$, VARI#, HAJIME, OWARI, KIZAMI)
'Input VARI# represents Y# or X#
'Input HAJIME, OWARI, KIZAMI consits of elements
'FOR Statment
,
'Plasma Dispersion Function is tabulated ;
'1) CH$=Y
'   for fixed Y# and X# is changed from HAJIME
'   to OWARI by step KIZMI
,
'2) CH$=X
'   for fixed X# and Y# is changed from HAJIME
'   to OWARI by step KIZMI
,
SELECT CASE CH$
,
CASE "Y"
,
Y# = VARI#
FOR X# = HAJIME TO OWARI STEP KIZAMI
,
    CALL GENETABLE("INTEGRAL", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("CONTINUE", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("POWERA", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("POWERB", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("ASYMPT", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("KETUGOU", X#, Y#)
    PRINT
NEXT X#
,
CASE "X"
,
X# = VARI#
FOR Y# = HAJIME TO OWARI STEP KIZAMI
,
    CALL GENETABLE("INTEGRAL", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("CONTINUE", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("POWERA", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("POWERB", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("ASYMPT", X#, Y#)
    CALL GENETABLE("KETUGOU", X#, Y#)
    PRINT
NEXT Y#
END SELECT
END SUB

SUB GRAPHA
' Graph of Real part of Plasma Dispersion Function
' for X# > 0 and Y# >0
,
SCREEN 0: CLS
WINDOW (-50, -50)-(500, 300)
ALPHA = -30 * Rd: BETA = 30 * Rd
FOR Y = 0 TO 220 STEP 20
    Y# = Y / 100
    FOR X = 0 TO 350 STEP 20
        X# = X / 100
        ,
        CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
        ,
    
```

```

ZZR = ZR# * 100
ZZR = ZZR + 100
,
,
CALL ROTATE(X, Y, ZZR, ALPHA, BETA, PX, PZ)
,
PZ = 100 + PZ
IF X = 0 THEN
PSET (PX, PZ), 3
ELSE
LINE -(PX, PZ), 3
END IF
NEXT X
LINE (PX, PZ)-(PX, PZ - 100), 3
NEXT Y
END SUB

SUB GRAPHB
' Graph of Imaginary Part of Plasma Dispersion Function
' for X# > 0 and Y# > 0
,
SCREEN 0: CLS
WINDOW (-50, -50)-(550, 300)
AX = -30 * Rd: AY = 30 * Rd
FOR Y = 0 TO 200 STEP 20
Y# = Y / 100
FOR X = 0 TO 350 STEP 20
X# = X / 100
,
CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
ZZI = ZI# * 100 + 50
PX = X * COS(AY) + Y * SIN(AY)
PZ = ZZI * COS(AX)
PZ = PZ - (-X * SIN(AY) + Y * COS(AY)) * SIN(AX)
PZ = PZ + 100
IF X = 0 THEN
PSET (PX, PZ), 3
ELSE
LINE -(PX, PZ), 3
END IF
NEXT X
LINE (PX, PZ)-(PX, PZ - 100), 3
NEXT Y
END SUB

SUB INSATU (S$, X#, Y#, ZR#, ZI#)
'Input X#, Y#, ZR#, ZI#
'Input S$
PRINT USING "      &                &"; S$;
PRINT USING "##.##    ##.##"; X#; Y#;
PRINT USING "      #.###^####    #.###^####"; ZR#; ZI#;
END SUB

```

```

SUB INTEGRAL (X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
'Real and Imaginary parts of Cauchy Integral are
'obtained by a trapezoidal Rule (台形近似)
'Input X#, Y# where zeta = X# + iY#
'Output ZR# + i ZI#
,
CALL INTEGRAND(X#, Y#, -5, 1, SRE#, SIM#)
CALL INTEGRAND(X#, Y#, 5, 100, WRE#, WIM#)
SE# = .5 * (SRE# + WRE#)
SI# = .5 * (SIM# + WIM#)
H# = .1
N% = 2
FOR U# = -5 + H# TO 5 - H# STEP H#
,
    CALL INTEGRAND(X#, Y#, U#, N%, SRE#, SIM#)
,
    SE# = SE# + SRE#
    SI# = SI# + SIM#
    N% = N% + 1
NEXT U#
CRE# = H# * SE# / SQR(3.1415926535#)
CIM# = Y# * H# * SI# / SQR(3.1415926535#)
,
CALL EXPZ2(X#, Y#, ER#, EI#)
CALL COMPLEX(0!, SGM(Y#), "*", ER#, EI#, TR#, TI#)
CALL COMPLEX(CRE#, CIM#, "+", TR#, TI#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB INTEGRAND (X#, Y#, U#, N%, RE#, IM#)
' Integrand of Cauchy Integral
' RE# = Real part of exp{-u^2}/(u - zeta)
' IM# = Imaginary part of exp{-u^2}/(u - zeta)
' BUNSAN#(N%)=exp{-u^2} at N% = point of
' Nth Division
,
A# = U# - X#
B# = A# ^ 2 + Y# ^ 2
RE# = BUNSAN#(N%) * A# / B#
IM# = BUNSAN#(N%) / B#
END SUB

SUB KETUGOU (NN%, X#, Y#, ZR#, ZI#, NKETUGOU)
,
'漸近展開の部分和の剰余項を整級数で表した形の公式
'a formula which is connected to Asymptotic Expansion
'with Power Series of Plasma Dispersion Function
'Input zeta=X# + iY#
'Input NN%=MOD of ABS(X#^2+Y#^2)
'Output Z(zeta)= ZR# + i ZI#
'Output NKETUGOU is number of iteration of poer series
,
DIM AA#(2, 100), BB#(2, 100)
,
    ZZR + i ZZI = ZETA^2
,
CALL COMPLEX(X#, Y#, "*", X#, Y#, ZZR#, ZZI#)
,
SPI# = SQR(3.141592653#)
,
CALL EXPZ2(X#, Y#, ER#, EI#)
CALL COMPLEX(0!, SPI#, "*", ER#, EI#, SUMR#, SUMI#)

```

```

,
' first term is obtained
,
IF NN% = 0 THEN
P# = 0!
Q# = 0!
ELSE
P# = 0!
Q# = 0!
,
CALL ACOEF(X#, Y#, AA#())
,
FOR N = 0 TO NN% - 1
CALL COMPLEX(P#, Q#, "+", AA#(1, N), AA#(2, N), P#, Q#)
NEXT N
END IF
,
CALL COMPLEX(P#, Q#, "/", X#, Y#, U#, V#)
' second term is obtained
,
CALL COMPLEX(SUMR#, SUMI#, "-", U#, V#, SUMR#, SUMI#)
' 2nd term + first term
,
EPS# = .00000001#
BR# = 0
BI# = 0
,
CALL BCOEF(X#, Y#, BB#())
,
FOR N = 0 TO 100
G# = 2 * N - 2 * NN% + 1
U# = BB#(1, N) / G#
V# = BB#(2, N) / G#
BR# = BR# + U#
BI# = BI# + V#
C# = SQR(BR# ^ 2 + BI# ^ 2)
D# = SQR(U# ^ 2 + V# ^ 2)
IF D# / C# < EPS# THEN EXIT FOR
NEXT N
NKETUGOU = N
,
CALL ACOEF(X#, Y#, AA#())
,
ANR# = AA#(1, NN%)
ANI# = AA#(2, NN%)
,
CALL COMPLEX(2! * X#, 2! * Y#, "*", ANR#, AN#, P#, Q#)
CALL COMPLEX(BR#, BI#, "*", P#, Q#, U#, V#)
CALL COMPLEX(ER#, EI#, "*", U#, V#, SR#, SI#)
,
CALL COMPLEX(SUMR#, SUMI#, "-", SR#, SI#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB LPUTC (C%)
'参考文献 河西朝雄 :Quick BASIC 上
WHILE (INP(&H42) AND 4) <> 4
WEND
OUT &H40, C%
OUT &H46, 14
OUT &H46, 15
END SUB

```

```

SUB LPUTS (A$)
'参考文献 河西朝雄 :Quick BASIC 上
FOR K = 1 TO LEN(A$)
  C% = ASC(MID$(A$, K, 1))
  LPUTC C%
NEXT K
END SUB

SUB NGRAPHA
' Graph of Real Part of Plasma Dispersion Function
' for X# > 0 and Y# < 0
,
SCREEN 0: CLS
WINDOW (-50, -50)-(500, 300)
ALPHA = -30 * Rd: BETA = 30 * Rd
FOR Y = -100 TO 0 STEP 20
  Y# = Y / 100
  FOR X = 0 TO 300 STEP 20
    X# = X / 100
    ,
    CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
    ,
    ZZR = 25 * ZR# + 150
    ,
    CALL ROTATE(X + 100, Y, ZZR, ALPHA, BETA, PX, PZ)
    PZ = 100 + PZ
    IF X = 0 THEN
      PSET (PX, PZ), 3
    ELSE
      LINE -(PX, PZ), 3
    END IF
  NEXT X
  LINE (PX, PZ)-(PX, PZ - 100), 3
NEXT Y
END SUB

SUB NGRAPHB
' Graph of Imaginary Part of Plasma Dispersion Function
' for X# > 0 and Y# < 0
,
SCREEN 0: CLS
WINDOW (-50, -100)-(550, 300)
AX = -30 * Rd: AY = 30 * Rd
FOR Y = -100 TO 0 STEP 20
  Y# = Y / 100
  FOR X = 0 TO 350 STEP 20
    X# = X / 100
    ,
    CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
    ,
    ZZI = ZI# * 25 + 50
    PX = (X + 100) * COS(AY) + Y * SIN(AY)
    PZ = ZZI * COS(AX)
    PZ = PZ - (-X * SIN(AY) + Y * COS(AY)) * SIN(AX)
    PZ = PZ + 100
    IF X = 0 THEN
      PSET (PX, PZ), 3
    ELSE
      LINE -(PX, PZ), 3
    END IF
  NEXT X
  LINE (PX, PZ)-(PX, PZ - 100), 3
NEXT Y
END SUB

```



```

NEXT X
LINE (PX, PZ)-(PX, PZ - 100), 3
NEXT Y
END SUB

SUB POWERA (X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
,
'Power Series of Plasma dispersion Function
'Z(zeta)= i sqr(pi)*exp{-zeta^2}
,
- 2*zeta*SUM[(-2zeta^2)^n/(2n+1)!!]
,
DIM BB#(2, 100)
EPS# = .00000001#
BR# = 0!
BI# = 0!
,
CALL BCOEF(X#, Y#, BB#())
,
FOR N = 0 TO 100
G# = 2 * N + 1
U# = BB#(1, N) / G#
V# = BB#(2, N) / G#
BR# = BR# + U#
BI# = BI# + V#
C# = SQR(BR# ^ 2 + BI# ^ 2)
D# = SQR(U# ^ 2 + V# ^ 2)
IF D# / C# < EPS# THEN EXIT FOR
NEXT N
,
CALL COMPLEX(2! * X#, 2! * Y#, "*", BR#, BI#, P#, Q#)
,
SQPI# = SQR(3.141592653#)
,
CALL COMPLEX(0!, SQPI#, "-", P#, Q#, S#, T#)
CALL EXPZ2(X#, Y#, ReZ#, ImZ#)
CALL COMPLEX(ReZ#, ImZ#, "*", S#, T#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB POWERB (X#, Y#, ZR#, ZI#, N)
,
'Power Series of Plasma dispersion Function
'Z(zeta)= exp{-zeta^2}*[ i sqr(pi)
,
- 2*zeta*SUM[(zeta^2n)/(n!*(2n+1))]
,
DIM C#(2, 100)
EPS# = .00000001#
SUMR# = 0!
SUMI# = 0!
CALL CCOEF(X#, Y#, C#())
FOR N = 0 TO 100
CR# = C#(1, N)
CI# = C#(2, N)
SUMR# = SUMR# + CR#
SUMI# = SUMI# + CI#
F# = SQR(CR# ^ 2 + CI# ^ 2)
G# = SQR(SUMR# ^ 2 + SUMI# ^ 2)
EE# = F# / G#
IF EE# < EPS# THEN EXIT FOR
NEXT N
,
CALL COMPLEX(2! * X#, 2! * Y#, "*", SUMR#, SUMI#, U#, V#)

```

```

SQPI# = SQR(3.141592653#)
,
CALL EXPZ2(X#, Y#, ReZ#, ImZ#)
CALL COMPLEX(0!, SQPI#, "*", ReZ#, ImZ#, P#, Q#)
CALL COMPLEX(P#, Q#, "-", U#, V#, ZR#, ZI#)
END SUB

SUB ROTATE (X, Y, Z, ALPHA, BETA, PX, PZ)
'参考文献 河西朝雄 :Quick BASIC 上
' INPUT X,Y,Z, 回転角 ALPHA,BETA
' OUTPUT PX, PZ
PX = X * COS(BETA) + Y * SIN(BETA)
PZ = Z * COS(ALP)
PZ = PZ - (-X * SIN(BETA) + Y * COS(BETA)) * SIN(ALPHA)
END SUB

FUNCTION SGM (Y#)
'Input Y# of Imaginary part of Z(zeta)
IF Y# > 0 THEN S = 0!
IF Y# = 0 THEN S = 1!
IF Y# < 0 THEN S = 2!
SGM = S * SQR(3.141592653#)
END FUNCTION

SUB TABLEA4
,
'Table of Plasma Dispersion Function which is printed
'in the A4 type Paper
,
PRINT " Plasma Dispersion Function Z(zeta)=ReZ + iImZ, zeta=x + iy"
PRINT
Y# = 0!
YA# = Y# + 1!
PRINT USING " Y= ##.##"; Y#;
PRINT USING " Y= ##.##"; YA#
PRINT " X ReZ ImZ ";
PRINT " X ReZ ImZ "
N% = 0
FOR X# = 0 TO 10.1 STEP .2
,
CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
PRINT USING "##.##"; X#;
PRINT USING " #####^ ^ ^ ^ #.#####^ ^ ^ ^"; ZR#; ZI#;
,
CALL DISPERSION(X#, YA#, ZR#, ZI#)
PRINT USING " ##.##"; X#;
PRINT USING " #####^ ^ ^ ^ #.#####^ ^ ^ ^"; ZR#; ZI#
N% = N% + 1
IF N% MOD 10 = 0 THEN PRINT
NEXT X#
END SUB

SUB TABLEB5
,
'Table of Plasma Dispersion Function which is printed
'in the A5 type Paper by two groups of column
,
PRINT "Table of Plasma Dispersion Function";
PRINT " Z(zeta)=ReZ + ImZ, zeta=x + iy"
PRINT
Y# = 2!

```

```

PRINT USING " Y= ##.##"; Y#
PRINT "      X      ReZ      ImZ ";
PRINT "      X      ReZ      ImZ "
N% = 0
FOR X# = 0 TO 5.1 STEP 1
,
CALL DISPERSION(X#, Y#, ZR#, ZI#)
,
PRINT USING "##.##"; X#;
PRINT USING "  .#####^ ^ ^ ^  .#####^ ^ ^ ^ "; ZR#; ZI#;
,
CALL DISPERSION(X# + 5!, Y#, ZR#, ZI#)
,
PRINT USING "      ##.##"; X# + 5;
PRINT USING "  .#####^ ^ ^ ^  .#####^ ^ ^ ^ "; ZR#; ZI#
N% = N% + 1
IF N% MOD 5 = 0 THEN PRINT
NEXT X#
END SUB

SUB TITLE
PRINT "      X      Y ";
PRINT "      ReZ      ImZ      n"
END SUB

DECLARE SUB COMPLEX (AR#, AI#, S$, BR#, BI#, CR#, CI#)
DECLARE FUNCTION SGM! (Y#)
DECLARE SUB EXPZ2 (X#, Y#, ER#, EI#)
DECLARE SUB POWERA (X#, Y#, ZR#, ZI#, N!)
DECLARE SUB POWERB (X#, Y#, ZR#, ZI#, N!)
DECLARE SUB ASYMPT (X#, Y#, ZR#, ZI#, N!)
DECLARE SUB CONTINUE (X#, Y#, ZR#, ZI#, N!)
DECLARE SUB KETUGOU (NN%, X#, Y#, ZR#, ZI#, NKETUGOU!)
DECLARE SUB INTEGRAL (X#, Y#, ZR#, ZI#)
DECLARE SUB LPUTC (C%)
DECLARE SUB LPUTS (A$)
DECLARE SUB ROTATE (X!, Y!, Z!, ALPHA!, BETA!, PX!, PZ!)
DECLARE SUB ACOEF (X#, Y#, AA#())
DECLARE SUB BCOEF (X#, Y#, BB#())
DECLARE SUB INSATU (S$, X#, Y#, ZR#, ZI#)
DECLARE SUB CCOEF (X#, Y#, C#())
DECLARE SUB TITLE ()
DECLARE SUB GENETABLE (CH$, X#, Y#)
DECLARE SUB EXPZETA (A#())
DECLARE SUB DISPERSION (X#, Y#, ZR#, ZI#)
DECLARE SUB INTEGRAND (X#, Y#, U#, N%, RE#, IM#)
DECLARE SUB COMPARISON ()

```

§3. 結語

従来から行われているプラズマ分散関数の数値計算は、べき級数、漸近展開、連分数展開、結合公式等の方式を組合せて計算が行われていた^{2),3)}。と全平面で統一的にプラズマ分散関数の数値計算を行うには、上記の各種計算法の適用範囲を調べる必要があった。近年台形近似法の良さが見直され、積分そのものを直接計算する方法が提案された。著者はこの台形近似法をプラズマ分散関数に適用したところ、 ζ の複素面上の $Im\zeta = y$ が $|y| > 0.2$ であれば、非常に好ましい結果を得ることがわかった。しかも台形近似法はべき級数、漸近展開、連分数展開、結合公式の収束の検証もできることがわかった。積分の被積分関数は $exp(-u^2)$ がプラズマ分散関数 $Z(\zeta)$ の複素変数 ζ を含まないので、台形近似の分割値 (今回は100分割) を1回 store するだけで良い。これは数値計算速度の加速につながった。

今回は分割を100回としたが、 ζ の値に応じて自動的に分割を変更し、より精度の良い、高速な計算が考えられる。

謝辞

筆者はこの研究の機会を与えられ、日頃御指導いただき 明星大学理工学部教授 藤井新兵衛博士に厚く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) L.D.Landau : J.Exptl.-Theores. Phys. (USSR) Vol.7, p.574(1946)
- 2) B.D.Fried and S.D.Conte : *The Plasma Dispersion Function* (Academic Prese, NewYork, 1961)
- 3) M.Kito and I.Kaji; *Phys. Fluids.*, Vol.13, No.9, p.2359(1970)
鬼頭正史 : 電子技術総合研究所研究報告 第723号 1971
M.Kito : *Bul. Electrotech. Lab.*, Vol,54, No.5, (1990)
- 4) 森 正武 : 数値計算プログラミング (岩波書店) p.168-186(1986)
- 5) 森口繁一、宇田川銈久、一松 信 : 数学公式Ⅲ (岩波書店) p.15,16,24
- 6) 高橋秀俊、森 正武 : 数理解析研講究録、Vol.149, p.93-110(1972), Vol.172, p.88-104 (1973)
- 7) 河西朝雄 : Quick BASIC (技術評論社) p.244(1994)