

# 柔軟で薄いシートの高速気流中における挙動に関する研究 (第二報)シートフラッタ現象の傾向に関する理論計算による調査

山口 信行\*

## (1) 前書き

本研究の狙いと意義については前報 [1] の前書きにおいて述べたので、ここでは詳細は省略する。本研究では、高速気流中での柔軟シートの挙動の定量的予測を最終的な目標として、まず気流中で吹き流されたシートの振動とそれに影響する因子、そしてその挙動に関する実験的および理論的な予測法の構築を試みている。

前報 [1] ではその第一段階として、一様気流中でその前縁を保持され、吹き流されている二次元シート (弱い弾性をもつ薄い梁と考える) の微小擾乱運動としての空力弾性振動的な挙動に着目して、その運動の基礎理論式を導いた。

今回の報告では、この手法に基づいて行った幾つかの計算の結果を提示し、本方法の妥当性と、サーベイ計算結果から示唆される現象に関して述べる。

## (2) 計算方法

[1] において説明されている理論に基づき、Fortran プログラムを作成し、計算を行った。手法としては、気流中で前縁を保持されて吹き流されている二次元シートについて、定常的微小振動を仮定し、流れを渦分布により表現し、シートの運動を区間分割された柔らかい梁のその接続されたものにより表現し、その分割の節点における離散変数で流れと運動を代表させ、連立させる事で、流れとシート運動を解くものである。

本手法により、小さな間隔で周波数を与えてそれに対する応答を調べ、流体がなす仕事  $\dot{W}$  が 0 または符号の変化を発生する点を中立点と判定することにした。

## (3) 計算対象

本計算方法の妥当性を確認し、結果の全体的傾向を観察することを目的として、主として次のシートおよび流れの状況について計算を行った。

シート	材質	紙
	ヤング率	$E_s = 3 \times 10^9 \text{ Pa}$
	密度	$\rho_s = 700 \text{ kg/m}^3$
	長さ	$L_s$ 可変
	厚み	$t_s = 0.5 \text{ mm}$
	支持条件	前縁 固定 後縁 自由 (吹き流し)

\*理工学部機械工学科 教授 流体力学

流れ	流体	空気	
	密度	$\rho_a = 1.2$	kg/m <sup>3</sup>
	速度	$U_a = 10$	m/s
	表面摩擦係数	$c_f = 0.05$ /片側	
計算条件	シート分割数	$N_{Div} = 24$	
	加振方法	前縁固定点で圧力を小さな振幅で変化させる。	
仮定	付加項の設定	$\delta = \varepsilon = 0$	

以上の条件で実施したが、上記の厚みの値は紙としてはやや厚めであり、また表面摩擦係数も通常のものに比して大きめである。例えば、剛性が無いと考えられる旗の場合の摩擦係数は、フラッタする直前ではこれよりずっと小さく0.01の程度であることが報告されている[2]。当然のことながらフラッタ状態に入るとこの値はずっと大きくなる[2, 3]。これらの値については、今後の計算結果や、将来予定している実験の結果との対比によって、適正なものにして行きたいと考える。本報告では、傾向を知るために多少の条件変化を行って、それらの影響を調べてみる。

シートの分割数 $N_{Div}=24$ は、PCの能力、計算時間、また計算の精度を勘案して、必要十分な程度として選んだ。ただし、後述のティップモード領域のように高次のモードが発生する領域では誤差が発生しやすいと考えられる。本報告は主としてティップモード領域の下限周波数までを対象とすることにする。

#### (4) 支配パラメタ

本現象を支配する無次元パラメタとしては次のものがある [1]。

$$\text{剛性比} \quad \beta = E_s I_s / (1/2) \rho_a U_a^2 L_s^3 \quad (1)$$

$$\text{無次元円周波数} \quad \nu = \omega L_s / U_a \quad (2)$$

$$\text{または無次元振動数} \quad f_R = \nu / 2\pi = f L_s / U_a \quad (3)$$

$$\text{質量比} \quad \mu = \rho_s t_s / \rho_a L_s \quad (4)$$

$$\text{表面摩擦係数} \quad c_f$$

これらの中で、シートの運動については剛性比 $\beta$ と無次元周波数・質量比 $\nu\sqrt{\mu}$ が重要であり、流れの観点からは無次元円周波数 $\nu$ または無次元振動数 $f_R$ と摩擦係数 $c_f$ が重要である。

本研究での結果の表示には、主として $(\nu\sqrt{\mu} \text{ vs. } \beta)$  線図を利用する。色々計算結果を検討した結果、これが最も全体的傾向を表示しやすいことが分かったためである。付録A-2の方程式の検討からも分かるように、シートの運動そのものが主としてこれら両パラメタによって支配されている。

#### (5) 安定限界の全体的傾向に関する結果

(3)において述べた対象について、他のパラメタを一定に保持し、シート長さ $L_s$ のみを変化させて行ったサーベイ計算の結果について示す。

##### (5-1) 不安定発生限界線図

横軸に $\beta$ 、縦軸に $\nu\sqrt{\mu}$ をとって、計算中立点( $TE=0$ )をプロットした安定限界線図を図1に示す。本図上で+の領域が安定、-の領域が不安定でフラッタ発生の予想される領域

である。それらを分けている実線のカーブが中立（安定限界）線である。

$\nu\sqrt{\mu} \sim 10$ の近辺に見られる、横方向に連なった不規則な鋸歯状の限界線より上では多数の中立点（線）が計算上生じている。それらは主として後述のティップモードで、高次の振動である。計算上密に多数発生することから、それらを個々にプロットせずに、発生領域としてまとめて考えることにする。この鋸歯状の限界線がこの領域の下限になっている。上に述べた分割数 $N_{div}$ との関係で計算上の精度がこの領域では低下している可能性もある。

同図上には、この計算条件での無次元振動数 $f_R$ が右上がりの直線として与えられている。 $f_R > 0.1$ の範囲で中立線の複雑な変化が生じていることが見られる。通常関心を持たれる

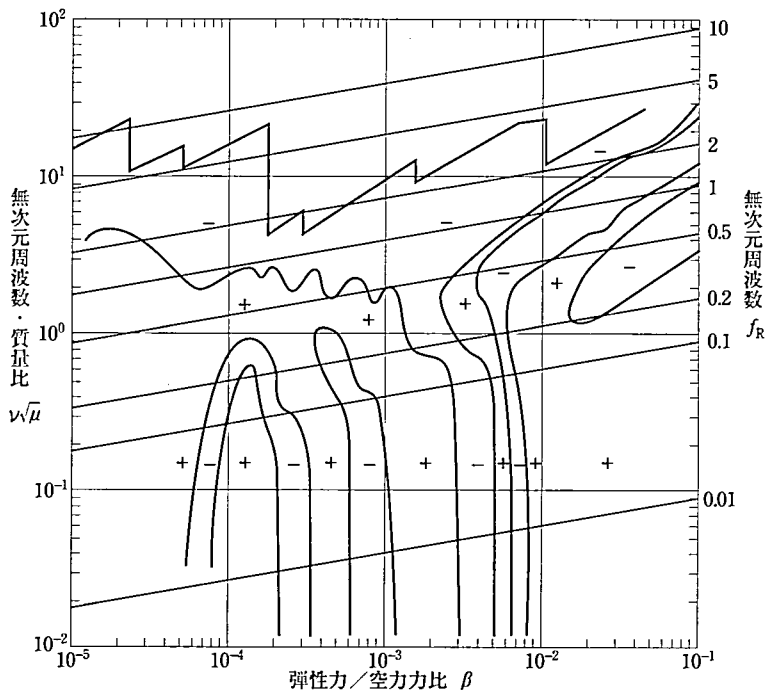


図1 安定限界線図（無次元周波数・質量比 $\nu\sqrt{\mu}$  vs. 剛性／流体力比 $\beta$ ）

計算条件 空気流中の紙

$t_s = 0.5 \text{ mm}$ ,  $L_s$ : 変化

$U_a = 10\%$

(+ : 安定)  
(- : 不安定)

無次元振動数の範囲である。

サーベイの条件が異なる場合（例えばシート長さを変化させるのではなく、シート厚みを変化させる場合や流速を変化させる場合）には、 $f_R$ 線群の傾向はこれと異なってくるので注意を要する。

## (5-2) 計算振動モード

図1と関連づけて図2に、幾つかの $\beta$ 値、(①~⑩列)における中立点(A, B, C...)と

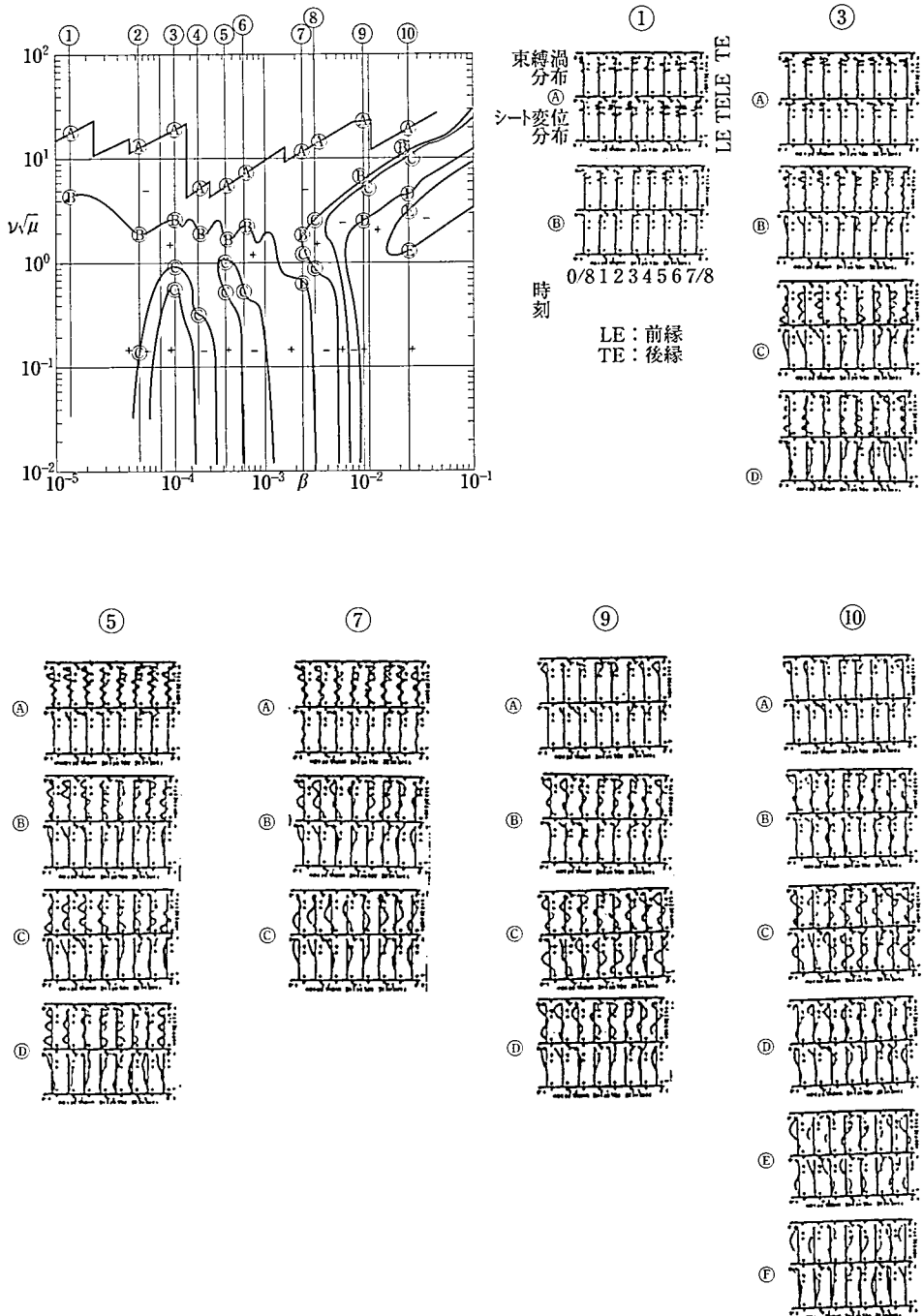


図2 代表的な計算点における変位モード(下段)と束縛渦モード(上図)(1/8周期時刻毎の分布)

して計算された振動のモードをシート変位とシート上束縛渦の分布の1/8周期毎の変化で示す。束縛渦の分布形態は変位モードと必ずしも同じ山数になっていないことが見られる。

これらのモードの概略を特徴づけるため、大略の山数を読み取ってみた。図3上の中立点における○の中にシート変位の山数を示している。ここで山数1というのは正弦波1個分に当たる山谷1揃いに相当している。山数0.5は山のみ、0.7は山1つに谷半分、1.0は山谷1揃い、1.5は山谷山、・・・である。図3のTは、後縁が特に振れるティップ・モードを意味している。

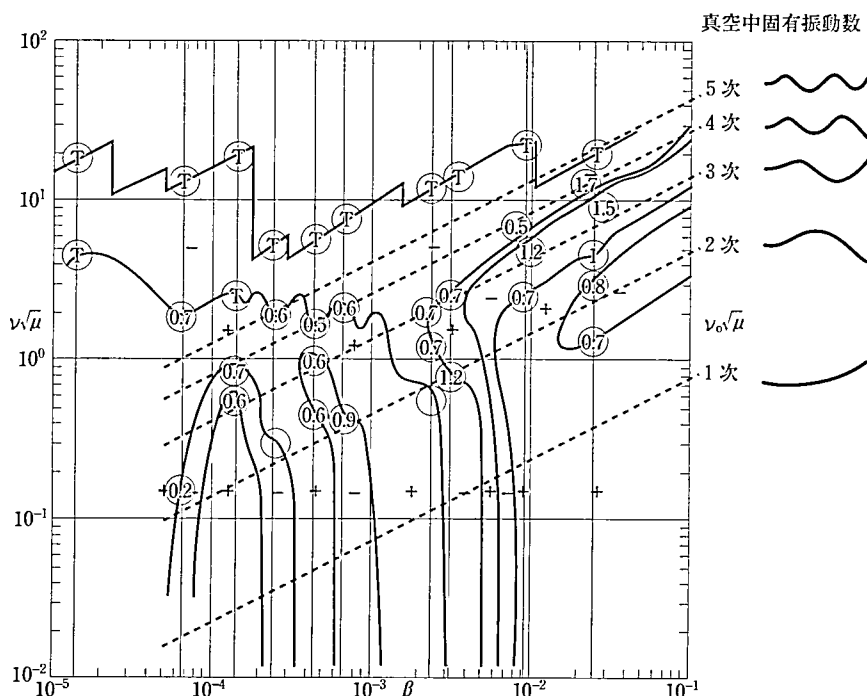


図3 シート変位の概略山数と真空中固有振動数 (○内は山谷数)

### (5.3) 真空中片持梁理論結果との対比

薄いシートが対象ではあるが、真空中での片持梁の固有振動数を参照してみる。付録A-3に示すように、この場合の横軸量と縦軸量の関係は次式で表される。

$$\nu_0 \sqrt{\mu} = (\lambda^2 / \sqrt{2}) \sqrt{\beta} \quad (5)$$

ここで

$$\nu_0 = \omega_0 L_s / U a \quad (6)$$

$\omega_0$  真空中での固有円振動数

$\lambda$  振動数の係数で、モード毎に決まる

これを図3の中に点線で記入してある。

これらの真空中固有振動数との関連において図3を見ると、次のような傾向が浮かび上がってくる。

(i) シート・フラッタ安定限界線の傾向は、全体として見ると、真空中固有振動数の傾

向に沿っている。

(ii) 真空中固有振動数の1次のモードに相当する不安定領域は見られず、それ以下の周波数ではほぼ $\beta$ のみに依存して安定／不安定が定まっているようである。

(iii)  $\beta$ の高い領域では真空中固有振動数の2次以上のモードに相当すると思われる不安定領域が観察される。これらは2次以上のモードの真空中固有振動数を中心としてその上下に帯状の領域をなして不安定域を形成している。

またここで見られるシート振動モードの山数は真空中固有振動モードのそれに近い。

(iv)  $\beta$ の低い領域では必ずしも真空中固有振動数の傾向に一致してはいない。しかしその傾向に沿って何らかの影響を受けているらしい様子がうかがえる。

(v) 周波数の高い領域ではティップ・モードとなって、その傾向は部分的に真空中固有振動数の傾向に一致しており、鋸歯状になっている。5次以上の真空中固有振動数に対応しているようである。

この部分では高次の中立点が多数発生することが計算される。

上の第2項に述べた1次相当モードが存在しないという計算結果については、帆のフラッタに関する計算[5]でも類似の結果が報告されており、シートフラッタに共通の現象である可能性がある。[5]では帆を前・後縁を単純支持された、剛性を持たない布として取扱っている。

#### (5-4) 領域分け

以上の観察と付録A-3における支配方程式の形式上の検討とから、この計算結果に関

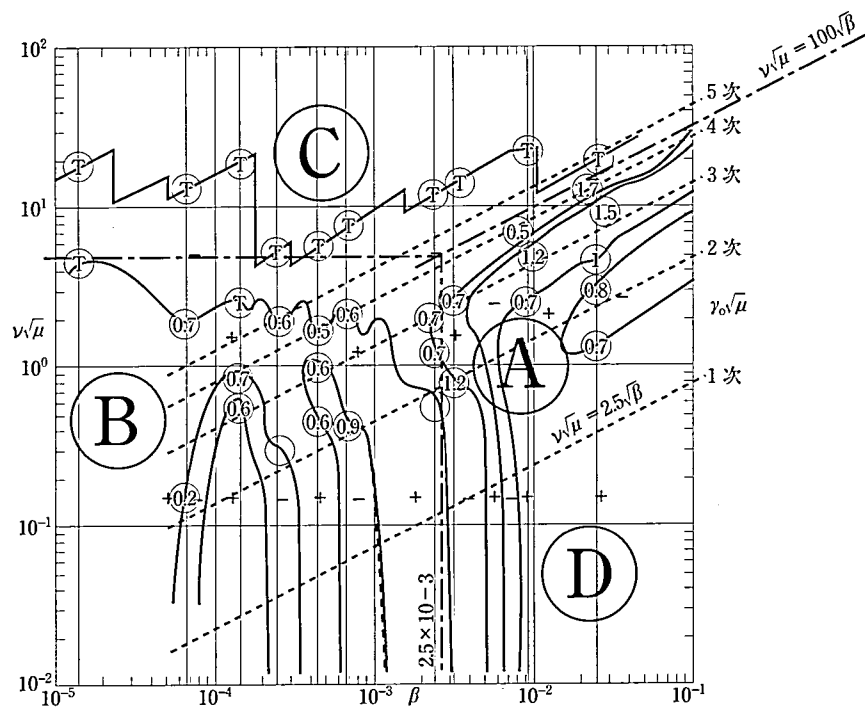


図4 安定限界線図上の領域分け

して、大略次の特性的な領域に分けることができそうである。図4にこの領域を示す。

(A) 略ビーム振動状モード領域  $\beta > 2.5 \times 10^{-3}$  かつ  $\nu\sqrt{\mu} > 2.5\sqrt{\beta}$

真空中固有振動モードに近い状態の振動。すなわち弾性の影響が大きく、流れの影響は比較的小さい領域。ただし流れの影響が無視できる訳ではない。

(B) シートモード領域  $\beta < 2.5 \times 10^{-3}$  かつ  $\nu\sqrt{\mu} > 2.5\sqrt{\beta}$

流れと弾性の両者の干渉が強く複雑に現れている領域。

(C) ティップモード領域  $\nu\sqrt{\mu} > 100\sqrt{\beta}$  かつ  $\nu\sqrt{\mu} > 5$

慣性力が支配的となり、多数の高次モードが発生する。主としてシート先端付近のみが特に振れるモードが多い。

(D)  $\beta$ 依存領域  $\nu\sqrt{\mu} < 2.5\sqrt{\beta}$

慣性力の影響が小さく、剛性が支配的な領域。

ただし、上記の境界を表わす式は暫定的なものであり、今後さらに計算と実験を行なって明きらかにして行きたい。

## (6) シート面上の物理量の分布

### (6-1) シート面上の各量の分布

前節では主としてシート振動の安定限界周波数について注目したが、振動における各量の分布モードに関してももう少し詳しく調べてみよう。代表例として、図2の③列と⑩列を選ぶ。これらの状態は、各々、シートモードと略ビーム振動状モードの領域の典型として考えられる。図5に⑩の振動データをまとめてある。この図の見方は次の通りである。横に並んだ5個の量は、左から(1)Yはシート変位 $y_s$ 、(2)DY/DTはシート変位の速度 $dy_s/dt$ 、(3)Pはシート面上下圧力差 $\Delta p$ 、(4)VORTICITYはシート面に分布する束縛渦の強度 $\gamma_b$ 、そして(5)THETAはシート面の勾配 $\theta$ を表している。

横軸はシート長手方向座標で、0が前縁、1が後縁に対応している。これらの状態量はいずれもその1周期の間での最大絶対値で基準化された相対表示になっている。

各量についてそれぞれ上下に8個並ぶ図は1/8周期時間毎の各量の変化の様子を1周期にわたって示しており、最上段図が0/8時刻、2段目が1/8時刻、...最下段が7/8時刻での状態である。

図5は略ビーム振動状モードの例を示す。Aはティップモードの下限の状態にある。AからFに向かって周波数が下がっていく。それとともにシート変位分布の山谷の数が減ってゆくことが観察される。定在波ではないので断定はし難いが、真空中での梁の固有振動モードとの対応で言うと、Fは2次モードに近く、Dは3次モード、Bは4次モードに近い。

さらに本図の変位のモードと渦度のモードを対比すると、両者の山谷は位相的にはずれているが、その山谷の数はほぼ近い。すなわちシート変位と流れの分布は山谷が対応していると考えられる。

一方、図6は図2の③列のもので、シートモードでの例である。この場合には、変位のモードは、Aは波数の多いティップモード、Bは2次モードに近いティップモード、Cは2次モードに近く、Dは2次とも1次とも見えるが、小さな波が面上にのっている。従ってこの例では2次に近いモードか、ティップモードがほとんどである。

またこれと渦強度分布の様子を対比してみると、渦強度の山谷の数は変位のそれよりも多い。これに伴って圧力分布も凹凸の多い分布になっている。シート面の勾配の分布を介

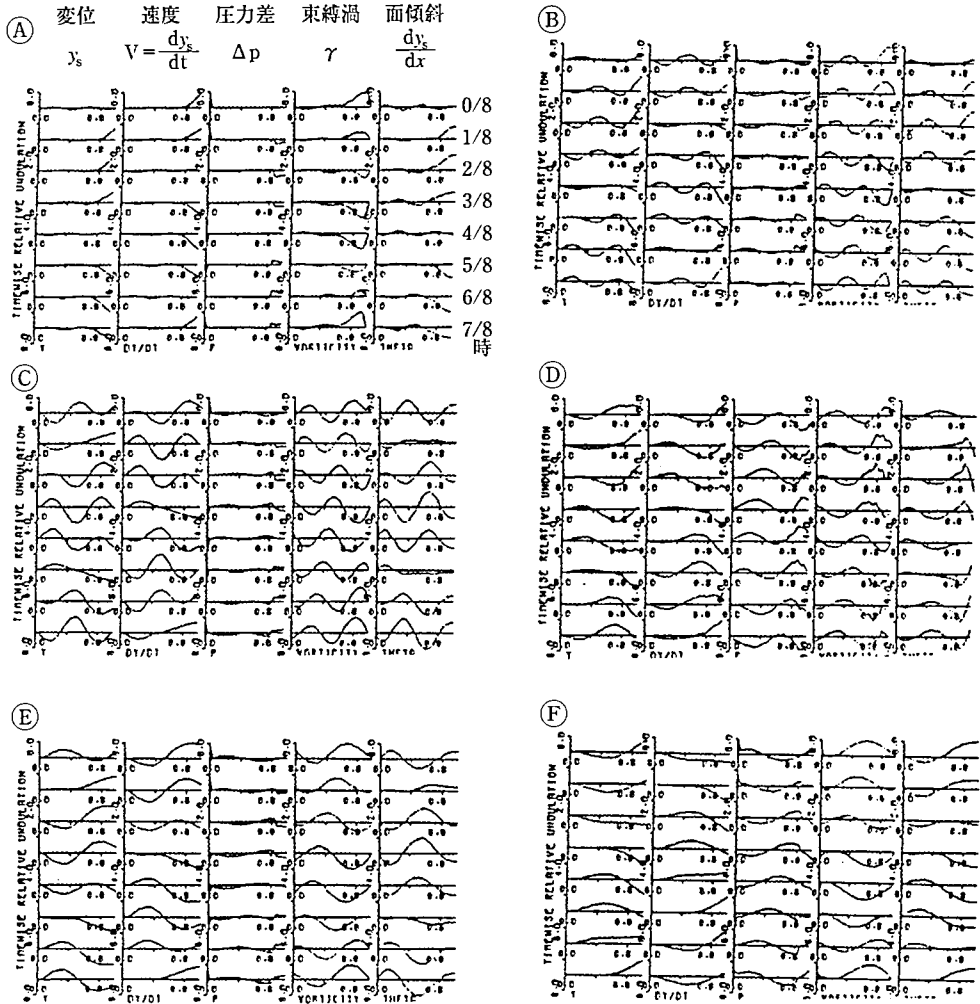


図5 シート面物理量の1周期間の変動と分布の様子 (⑩列,  $\beta = 2.5 \times 10^{-2}$ )

して流れがきまるので、細かく見るとシート面にはさざ波（小さな凹凸）が乗っている。すなわちシート全体の巨視的な形状と流れの分布の間では直接的な対応は明瞭ではない。

以上観察された現象は他の $\beta$ 値の例でも同様で、略ビーム振動状モード領域とシートモード領域の相違はこのような点に現れている。

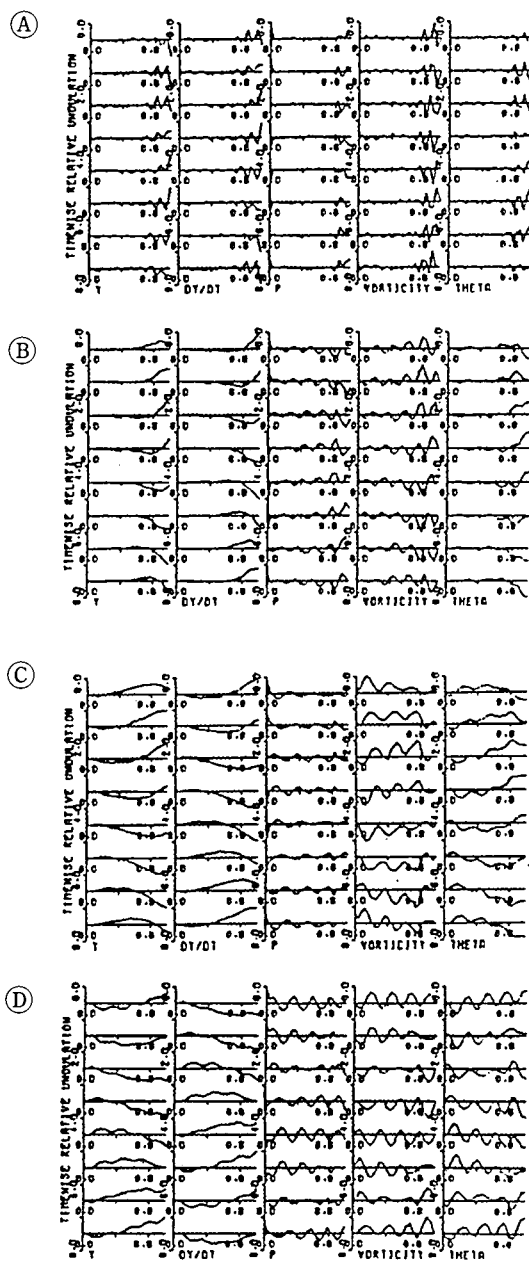


図6 シート面物理量の1周期間の変動と分布の様子 (③列,  $\beta=1.4 \times 10^{-4}$ )

### (6-2) 束縛渦の分布形態

以上の観点から、束縛渦の分布の様子について調べて見ると、次のようである

束縛渦の山数 $N_r$ を図3と同様にして読取り、図7の中立点における○の中に記入してある。これに基づいてその山数の分布を等高線としてカーブでまとめてある。また非常に概略であるが、渦分布の山谷当たりの長さ $l_r$ を用いた無次元振動数

$$f_r^* = fl_r / Ua \quad (7)$$

$$= (fL_s / Ua) \cdot (l_r / L_s)$$

$$= f_R / N_r \quad (7a)$$

も示してある。このまとめ方から、山数 $N_r$ と $f_r^*$ とで渦の分布はある程度整理されることが分かる。

山谷の数で2程度以下が略ビーム振動状モード、2程度以上がシートモードの領域にほぼ対応している。

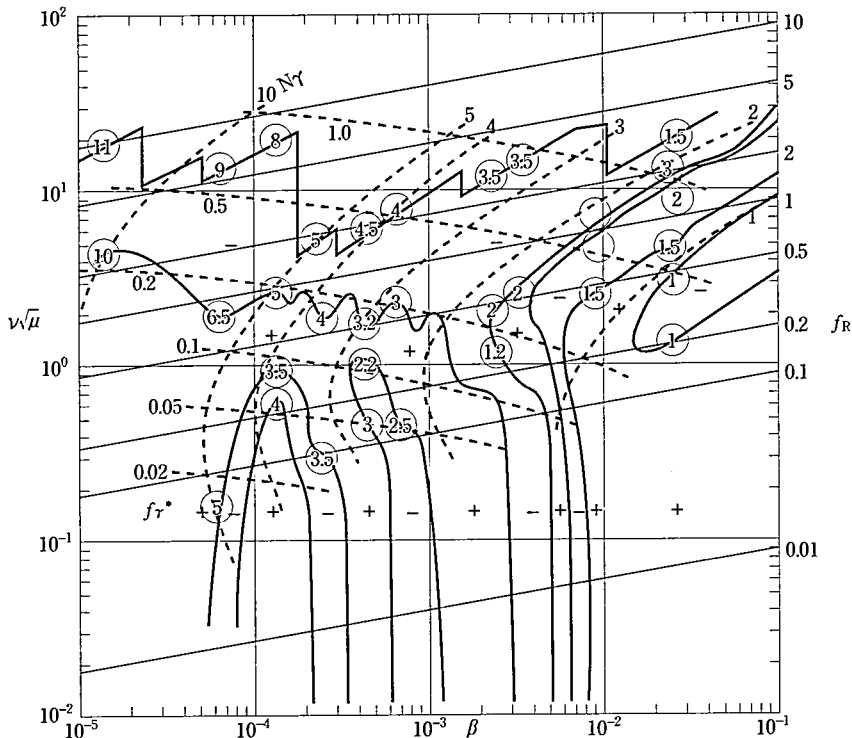


図7 束縛渦強度分布の山谷数の分布 (○内は山谷数)

### (7) 結果 (2)・・・各種パラメタの影響

図1～7の結果は、他のパラメタを固定してシート長さ $L_s$ だけを変化させることにより得られたものである。従って無次元周波数は長さの変化によって変化している。

ここでは、他のパラメタを変化させた場合によどのようになるかを調べて見る。

### (7-1) シート厚みの影響

シート長さ $L_s = 1\text{m}$ , 空気流速 $U_a = 10\text{m/s}$ を一定とし, シート厚み $t_s$ を変化させて計算してみる。この場合無次元振動数 $f_R = fL_s/U_a$ における $L_s/U_a$ は一定である。 $\beta$ における断面二次モーメント $I_s$ が変化することになる。

この結果を図8に示す。本図は図1 (シート長さ $L_s$ を変化) をベースとしてその上に本結果をプロットしてある。厚み変化の間隔はやや粗くとられている。グラフの上の横軸の上に, 計算に使った厚み $t_s$ の値を付記してある。これから分かるように, 概観した両者の相違は比較的小さい。

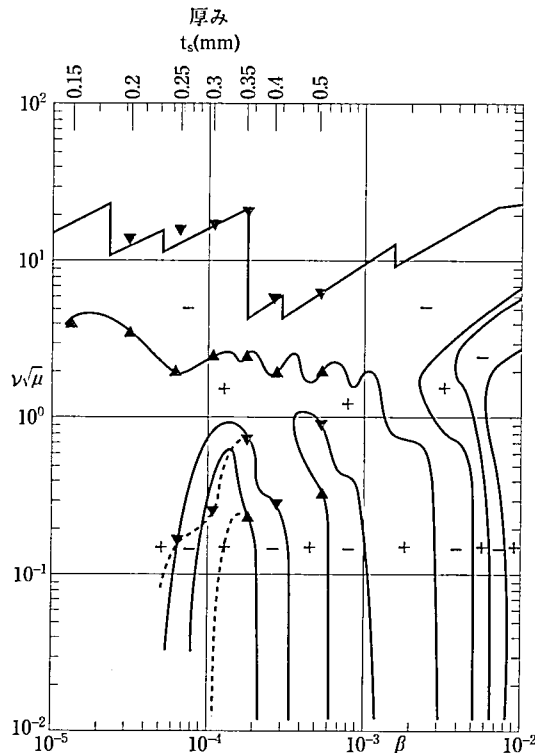


図8 シート厚み変化の場合の安定限界線図  
( $\cdots \blacktriangle \cdots \blacktriangledown \cdots$  厚み変化時,  $\text{—}$  シート長さ変化時 (図1))  
+ 安定領域  
- 不安定領域

### (7-2) 流速の影響

シート長さ $L_s = 1\text{m}$ , シート厚み $t_s = 0.5\text{mm}$ を一定とし, 空気流速 $U_a$ を変化させて計算してみる。この場合無次元振動数 $f_R = fL_s/U_a$ における分母が変化することになる。また $\beta$ における分母の動圧が変化することになる。

この結果を図9に示す。本図は図1 ( $L_s$ 変化) をベースとして, その上に $t_s$ 変化の本結果をプロットしてある。速度変化の間隔はやや粗くとられている。グラフの上の横軸の上に, 計算に使った空気流速 $U_a$ の値を付記してある。これから分かるように,  $U_a$ 変化と $L_s$ 変化での安定限界線の相違は比較的小さい。

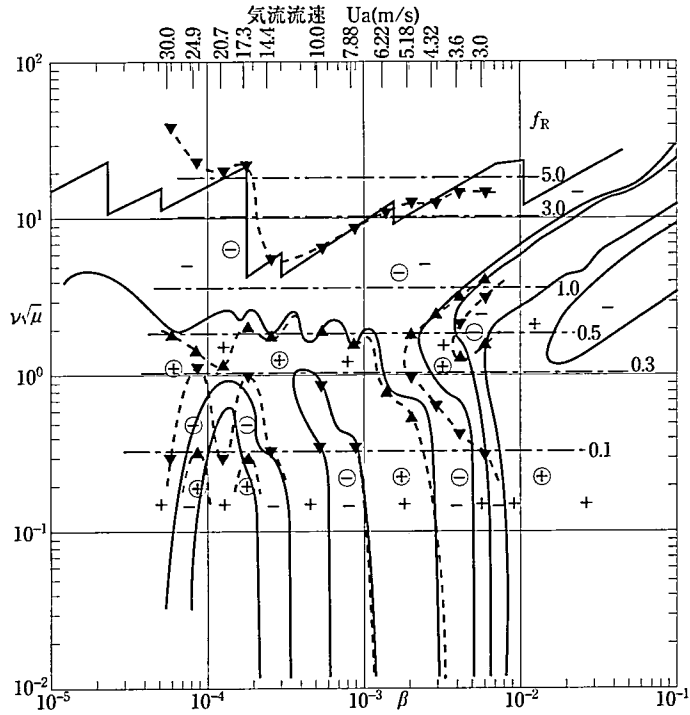


図9 流速変化の場合の安定限界線図

$\cdots \blacktriangle \cdots \blacktriangledown \cdots$  流速変化時  
 $\oplus$  安定領域  
 $\ominus$  不安定領域  
 $\text{---}$  シート長さ変化時 (図1)  
 $+$  安定領域  
 $-$  不安定領域

低い周波数では、気流流速を上げて行くと  $\beta \approx 8 \times 10^{-3}$  程度でまず不安定になることがわかる。

本図でも、無次元振動数の現れ方は図1 ( $L_s$ 変化) と異なっている。

以上のパラメトリックな変化の概観から、図1のような  $\nu\sqrt{\mu}$  vs.  $\beta$  線図による表示が安定限度線図としてまとまりが良く、現象的な理解も得やすいことが分かった。しかし詳細な検討のためには、着目するパラメタ変化について計算してこの図を描き直す必要があるだろう。

### (8) 表面摩擦係数の影響

このシートフラッタの計算結果に大きな影響を与えと考えられる因子として表面摩擦係数  $c_f$  がある。これまでの計算には  $c_f = 0.05$  としてきた。しかしこの値は多少大ききでもあり、実現象でどの程度になるかまだ把握していない。そこで  $c_f = 0.01$  の場合の計算を行ってみた。

その結果を図10に示す。やはり図1 ( $c_f = 0.05$ , 他のパラメタは同一) をベースとしてその上にプロットしてある。大まかな全体的な傾向、特に特性的な領域についてはベースの

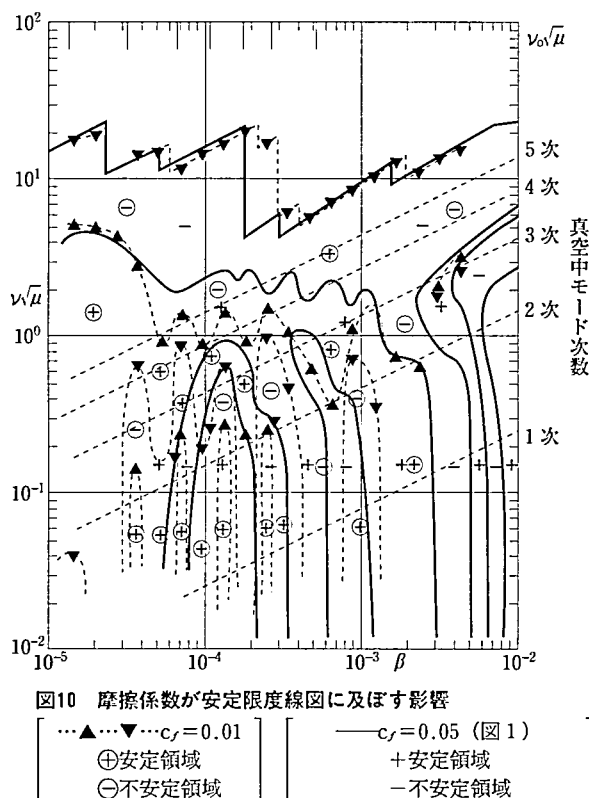


図1とさしたる違いは見られない。しかし細部についてはかなり変化が見られ、特に、不安定領域が拡大しており、中立線の形状にも変化が見られる。

表面摩擦係数 $c_f$ はシートの張力、従って変位に対する復元力に関係してくるので、 $c_f$ が小さいと不安定化しやすいものと考えられる。

このように $c_f$ の影響は計算上重要であり、今後実験的研究と突き合わせてゆく必要がある。

## (9) 結論

本研究の結果、次の結論が得られた。

- (i) 本計算手法については、実験データとの突き合わせはまだ行っていないが、手法そのものとしては妥当と考えられる結果を得た。
- (ii)  $(\nu\sqrt{\mu} \text{ vs. } \beta)$  線図による本計算結果の安定限度表示は、柔軟シートの流れ中での挙動に対し多くの示唆を与えている。すなわち
- (iii) 真空中固有振動モードとの関連が観察された。
- (iv) 特徴的な次の4領域に分けられることが見出された。

- (a) 略ビーム振動状モード領域
- (b) シートモード領域
- (c) ティップモード領域

(d)  $\beta$ 依存領域

(v)調査した範囲内では、シート厚さや流速を変化させても、 $\nu\sqrt{\mu}$  vs.  $\beta$ 線図表示では比較的まとまりの良い結果となり、ベースとした図1（シート長さ変化）との違いは比較的小さかった。

(vi)しかし表面摩擦係数の大きさを変化させた場合、その影響はかなり明確に見られ、ベースとした図1からの細部の定量的なずれが観察された。表面摩擦係数は本計算手法において最も影響の大きな因子の一つである。今後の実験研究との対比が必要と考えられる。

## (10) 引用文献

- [1] 山口, 柔軟で薄いシート的高速気流中における挙動に関する研究(第一報)微小擾乱の挙動の理論的評価法, 明星大学理工学部研究紀要32号, p.19-35, (1996-3)
- [2] 種子田定俊, フラッタする布の抵抗, 第21回日本物理学会年会講演会予稿集, 4p-M-8, p. 91 (1966)
- [3] S.H.Hoerner, Fluid-Dynamic Drag-theoretical, experimental, and statistical information, Hoerner Fluid Dynamics, p.3-25, (1965)
- [4] 小坪清真, 土木振動学, 森北出版, p. 185, (1974)
- [5] 山本, 石丸, 流れの中の帆の振動, 日本航空宇宙学会誌, 第36巻第412号, (1988-5)

## 付録A-1 記号

以下の説明において( )内に付記してある文字は、付録の中で使用されている記号であるか、付録の中で定義されている式であることを意味する。付記されていない説明は主文中での記号である。

$c_f$	流れの表面摩擦係数
$E_s$	シートのヤング率
$f$	振動数
$f_R$	無次元振動数
$f_T^*$	シート上分布束縛渦の山谷の長さに基づく無次元振動数
$I_s$	シートの断面2次モーメント
$j$	虚数単位
$l_T$	シート面上束縛渦分布の1山谷分の概略長さ
$L_s$	シートの長さ
$N_{div}$	シート運動計算における分割数
$p^*$	圧力の無次元化振幅 (A3)
$t$	時刻
$t_s$	シートの厚さ
$T_c$	振動の1周期
$TE$	流れがシートに対して振動1周期, 全長にわたって及ぼす平均正味仕事
$U_a$	流れの速度
$v$	シートの変位速度 ( $=dy_s/dt$ )
$x$	シートの長手方向座標
$x^*$	シート $x$ 座標の無次元化
$y_s$	シートの変位
$y^*$	シート $y$ 座標 ( $y_s$ ) の無次元化振幅 (A2)
$\beta$	剛性比, (1) 式
$\theta^*$	シート面傾斜の振幅 (A2)
$\lambda$	振動数公式における係数 (A3)
$\mu$	質量比, (4) 式

$\nu$	無次元周波数, (2) 式
$\nu_0$	真空中での固有振動円周波数に基づく無次元周波数, (6) 式
$\rho a$	流れの密度
$\rho_s$	シートの密度
$\tau$	摩擦係数 (A 2)
$\omega$	円周波数
$\omega_0$	真空中での固有振動円周波数

#### 付録A-2 影響因子の相対的な大きさに関する検討

[1] において導いた基礎式に基づいて, 影響因子のオーダー評価を試みる. [1] の第4節において式 (2. 11), (2. 25) および (2. 26) を組み合わせ, 付加項を無視すると, 次式を得る.

$$\beta(\partial^4 y^*(x^*)/\partial x^{*4}) = 2\nu^2 \mu y^*(x^*) + p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*) \quad (\text{A 2-1})$$

さらに変形すると

$$[\beta \partial^4 / \partial x^{*4} - 2\nu^2 \mu] y^*(x^*) = p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*) \quad (\text{A 2-2})$$

または

$$\begin{aligned} & [(\beta/2\nu^2 \mu) \partial^4 / \partial x^{*4} - 1] y^*(x^*) \\ & = (1/2\nu^2 \mu) [p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*)] \end{aligned} \quad (\text{A 2-3})$$

この式の形式から次の場合分けが考えられる.

- 1)  $(\beta/2\nu^2 \mu) \gg 1$  または  $(2\nu^2 \mu/\beta) \ll 1$  の場合

慣性力項は無視でき, 次の形になる.

$$\begin{aligned} & (\beta/2\nu^2 \mu) \partial^4 y^*(x^*)/\partial x^{*4} \\ & = (1/2\nu^2 \mu) [p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*)] \end{aligned}$$

すなわち

$$\beta \partial^4 y^*(x^*)/\partial x^{*4} = p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*) \quad (\text{A 2-4})$$

従ってこの領域では, 空気力の性質を別にすれば, 解は剛性比 $\beta$ のみにより支配される. 剛性領域と呼ぶことができよう.

- 2)  $(\beta/2\nu^2 \mu) \ll 1$  または  $(2\nu^2 \mu/\beta) \gg 1$  の場合

剛性項は無視でき, 次の形になる.

$$-y^*(x^*) = (1/2\nu^2 \mu) [p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*)]$$

すなわち

$$-2\nu^2 \mu y^*(x^*) = p^*(x^*) + \tau(\partial \theta^*(x^*)/\partial x^*) \quad (\text{A 2-5})$$

従ってこの領域では, 空気力の性質を別にすれば, 運動は無次元周波数・質量比 $\nu\sqrt{\mu}$ により支配される. 慣性領域と呼ぶことができよう.

- 3) 両者の中間領域では剛性, 慣性力両者とも考慮しなければならない. 複雑な干渉の発生する領域であり, 干渉領域と呼べよう.

以上の領域分けは安定限度線図 ( $\nu\sqrt{\mu}$  vs.  $\beta$ ) を解釈するのに参考になる.

#### 付録A-3 真空中における梁の固有振動数

真空中での棒または梁の横振動の固有振動数 $f_0$ は次式で与えられる [4].

$$f_0 = (\lambda^2 / (2\pi L_s^2)) \sqrt{(E_s I_s / \rho_s A_s)} \quad (\text{A 3-1})$$

ここで  $\lambda$  振動数公式における係数

ここで2次元のシートの単位幅について考えると

$$A_s = t_s$$

また円周波数を $\omega_0$ とすると

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \quad (\text{A 3-2})$$

従って

$$\omega_0 = (\lambda^2 / L_s^2) \sqrt{(E_s I_s / \rho_s A_s)} \quad (\text{A 3-3})$$

一方

$$\text{剛性比} \quad \beta = E_s I_s / (1/2) \rho_a U a^2 L_s^3 \quad (\text{A 3-4})$$

$$\text{質量比} \quad \mu = \rho_s t_s / \rho_a L_s \quad (\text{A 3-5})$$

から

$$E_s I_s = \beta (1/2) \rho_a U a^2 L_s^3$$

$$\rho_s t_s = \mu \rho_a L_s$$

となるから上 2 式を (A 3 - 3) 式に代入して整理すると

$$\omega_0 = (\lambda^2 U_a / L_s \sqrt{2}) \sqrt{(\beta / \mu)} \quad (\text{A 3 - 6})$$

これより

$$(\omega_0 L_s / U_a) \sqrt{\mu} = (\lambda^2 / \sqrt{2}) \sqrt{\beta} \quad (\text{A 3 - 7})$$

ここで真空中での固有振動数を用いた無次元周波数として

$$(\omega_0 L_s / U_a) = \nu_0 \quad (\text{A 3 - 8})$$

とおくと

$$\nu_0 \sqrt{\mu} = (\lambda^2 / \sqrt{2}) \sqrt{\beta} \quad (\text{A 3 - 9})$$

ここで一端固定・他端自由の片持ち梁では  $\lambda$  と上式 (A 3 - 9) 右辺の係数は次のようになる [4].

次数	$\lambda$	$(\lambda^2 / \sqrt{2})$
1	1.8751	2.4862
2	4.6941	15.581
3	7.8548	43.627
4	10.9955	85.490
5	14.1372	141.323

これらの関係式はシート運動の安定限界線図 ( $\nu \sqrt{\mu}$  vs.  $\beta$ ) の意味を考える上で参考になる。