General Linear Modelの場合の回帰係数に関する仮説検定の研究

宇喜多義昌* 塩谷実** 小野英夫***

§1. Summary

YがXの1次回帰 $Y=a+b(x-\overline{x})+E$. $E\sim N(0,\ \sigma^2)$とか,
Xの2次回帰でこれを直交多項式表現の場合

$$Y=b_0+b_1(x-\overline{x})+b_2(x^2+\hat{\beta}x+\hat{\gamma})+E,$$

の場合で，各Xが確定変数 $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$に対応する $Y_1,\ X_2\cdots Y_n$から $\mathbf{Y}'=(Y_1, Y_2\cdots, Y_n)$ がつぎのように分布するとする.

$\mathbf{Y}\sim N_n(E(\mathbf{Y}),\ V(\mathbf{Y}))$.

ここで

(1) $V(\mathbf{Y})=\sigma^2 I_n$

(2) $V(\mathbf{Y})=\sigma^2[(1-\rho)\ I_n+\rho\mathbf{1}_n\mathbf{1}'_n]$, ここに $\mathbf{1}'_n=\underbrace{(1,\ 1,\ \cdots,\ 1)}_{n}$ とする

(3) $V(\mathbf{Y})=\Sigma>0$

の各場合について

$P_1\mathbf{Y}$, $P_{(x-\bar{x}1)}\mathbf{Y}$, $P_{s(1,x-\bar{x}1)}\mathbf{Y}$ 等の分布を考察して,

併せて 1次回帰の回帰係数$b=0$の仮説検定

2次回帰の場合の回帰係数$b_1=0$, や$b_2=0$の仮説検定，また $b_1=b_2=0$ の同時検定について考察する.

既に，(1) の場合については研究済であり，よく知られている．これが (2) の場合，(3) の場合にはどう変化するか，またどの検定法は変化しないか，を研究対象にした.

§2 $\mathbf{Y}\sim N_n[a\mathbf{1}_n+b(\mathbf{x}-\overline{x}\mathbf{1}),\ \sigma^2 I_n]$ のときの研究

既に良く知られているが §3, §4, §5への展開のために述べる.

Xが補助確定変数で，$x_1,\ x_2\cdots,\ x_n$に対応する$Y_1,\ Y_2\cdots,\ Y_n$を

$Y_i=a+b(x_i-\overline{x})+E_i$, $E_i\sim N(0,\ \sigma^2)$, E_i⊥⊥

$i=1,\ 2,\ \cdots n$

これをベクトル表示で

$\mathbf{Y}'=(Y_1,\ Y_2\cdots,\ Y_n)$, $(\mathbf{x}-\overline{x}\mathbf{1}_n)'=(x_1-\overline{x},\ x_2-\overline{x},\ \cdots,\ x_n-\overline{x})=\mathbf{b}'$

とすると，$\mathbf{Y}$の構造式はつぎのようになる.

$$\mathbf{Y}=a\mathbf{1}_n+b(\mathbf{x}-\overline{x}\mathbf{1}_n)+\mathbf{E},\ \mathbf{E}\sim N_n(\mathbf{0},\ \sigma^2 I_n)$$

本小文は，平成7年科学研究費 (一般研究C) 課題番号06680293「標本分布の漸近展開近似の精度と標本の大きさ，次元数との関係」の研究成果として発表するものである。

*,**,*** 一般教育　教授　数学

これから次のことが容易に分かる．

$P_1Y=\sqrt{n}\,\overline{Y}\sim N[\sqrt{n}a,\ \sigma^2]$ ……………………………………………………… (2, 1)

$P_bY=\dfrac{(Y'\boldsymbol{b})}{\|\boldsymbol{b}\|}=\dfrac{\Sigma Y_i(x_1-\overline{x})}{\sqrt{\Sigma(x_1-\overline{x})^2}}\sim N[b\|\boldsymbol{b}\|,\ \sigma^2]$ …………………………… (2, 2)

$P_{s(1,b)^\perp}Y\sim N_{n-2}(0,\ \sigma^2 I_{n-2})$ ……………………………………………………… (2, 3)

よって$\|P_{s(1,b)^\perp}Y\|^2\sim\sigma^2\cdot\chi^2_{f=n-2}$ (Absolutely) ………………………………………… (2, 3)′

(2, 1), (2, 2), (2, 3) の統計量は統計的に独立である．

(2, 1) と (2, 3)′より［定理1］として，

$$\boxed{\dfrac{\sqrt{n}\ (\overline{Y}-a)}{\sqrt{\|P_{s(1,b)^\perp}Y\|^2/n-2}}\sim t_{f=n-2}}$$ 自由度$n-2$のt分布をなす．

(2, 2) と (2, 3) より［定理2］として，

$$\boxed{\dfrac{\left(\dfrac{\boldsymbol{b}'Y}{\|\boldsymbol{b}\|}-b\|\boldsymbol{b}\|\right)}{\sqrt{\|P_{s(1,b)^\perp}Y\|^2/n-2}}\sim t_{f=n-2}}$$

定理2より，次の帰無仮説が検定される．

H_b：$b=0$が眞なるときは

$$\frac{(\boldsymbol{b}'Y)^2/\|\boldsymbol{b}\|^2}{\|P_{s(1,b)^\perp}Y\|^2/n-2}\sim F^1{}_{n-2}$$

これを［定理3］としておく，

ここに

$(\boldsymbol{b}'Y)^2/\|\boldsymbol{b}\|^2=[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2/\Sigma(x_i-\overline{x})^2$ であり，

$$\|P_{s(1,b)^\perp}Y\|^2=\|Y\|^2-\|P_1Y\|^2-\|P_bY\|^2$$
$$=\Sigma Y_i^2-n\overline{Y}^2-\frac{[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2}{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}$$ である．

よって，回帰分析表は次の通りである．

要　因	S・S	f	M・S・S
回　帰	$\dfrac{[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2}{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}$ (ii)	1	$\dfrac{[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2}{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}$
残　差	(i)−(ii)	$n-2$	$[(\mathrm{i})-(\mathrm{ii})]/n-2$
全変動	$\Sigma Y_i^2-n\overline{Y}^2\cdots$(i)		

§3．$V(Y)=\sigma^2[(1-\rho)\ I_n+\rho 1_n 1'_n]$ のときの研究

$P_1Y=e(1)'Y$　ここに$e(1)'=\left(\dfrac{1}{\sqrt{n}},\dfrac{1}{\sqrt{n}},\cdots,\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$

$P_bY=e(\boldsymbol{b})'Y$，ここに，$e(\boldsymbol{b})'=\dfrac{1}{\sqrt{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}}(x_1-\overline{x},\ x_2-\overline{x}\cdots,\ x_n-\overline{x})$．

$\sigma^2\ [(1-\rho)\ I_n+\rho 1_n 1'_n]$ の固有根で単根 $\sigma^2\ [(n-1)\rho+1]\equiv\sigma_1^{*2}$に対応する単位固有ベクトルは $e(1)$ である．

また，他の $(n-1)$ 重根 $(1-\rho)\sigma^2\equiv\sigma_2^{*2}$があり 対応する固有空間は$S(1)^{\perp}$であることは容易に分かる．

よって

$$P_1Y=e(1)'Y=\sqrt{n}\,\overline{Y} \qquad \sim N[\sqrt{n}a,\ \sigma_1^{*2}], \cdots\cdots \quad (3,\ 1)$$

$$P_bY=\frac{(Y'b)}{\|b\|}=\frac{\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})}{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}\sim N[b\|b\|,\ \sigma_2^{*2}], \cdots\cdots \quad (3,\ 2)$$

$$P_{S(1,b)^{\perp}}Y \qquad \sim N_{n-2}\ (0\ \sigma_2^{*2}\,I_{n-2}\ ), \cdots\cdots \quad (3,\ 3)$$

$$\|P_{S(1,b)^{\perp}}Y\| \qquad \sim\sigma_2^{*2}\,\chi^2_{f=n-2} \cdots\cdots \quad (3,\ 3)'$$

(3, 1) と (3, 3)′をみるに σ_1^{*2} と σ_2^{*2} は相異なるために，§2の［定理1］に相当する検定は成立しない．即ち

$$\frac{\sqrt{n}(\overline{Y}-a)}{\sqrt{\|P_{S(1,b)^{\perp}}Y\|^2/n-2}}\nsim t_{f=n-2}$$

しかし (3, 2) と (3, 3)′より［定理2］［定理3］は全く同様に成立する．

§4. V (Y)＝Σのときの研究

$V(Y)=\Sigma$ のときは，Yについての反復が必要となる．

第i反復でのYをY_iとかき$Y'_i=$ $[Y_{1i},\ Y_{2i}\ \cdots,\ Y_{ni}]$ は，

$$Y_i=a_i1_n+bb+E_i,\quad E_i\sim N[0,\ \Sigma],$$

Y_i ⫫

$i=1,\ 2,\ \cdots m$

とする．

$$Z_{1i}=e(1)'Y_i\ =\ P_1Y_i\sim N[\sqrt{n}a_i,\ e(1)'\Sigma e(1)]$$
$$=\sqrt{n}\,\overline{Y}_i$$

$Z\equiv e(b)'Y$として，$Y_1,\ Y_2,\ \cdots,\ Y_m$に対応するZを$Z_1,\ Z_2,\ \cdots,\ Z_m$とすると，Y_i⫫ より，$Z_1,\ Z_2,\ \cdots Z_m$は統計的に独立で，

$Z=e(b)'Y\ \sim\ N[b\|b\|,\ \lambda_b]$，(ここに $\lambda_b\equiv e(b)'\Sigma e(b)$ とした．)

からの sige mのi, i, dと見做される．

ゆえに

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{m}\,\overline{Z}\sim N[\sqrt{m}b\|b\|,\ \lambda_b] \\ \Sigma(Z_i-\overline{Z})^2\sim\lambda_b\,\chi^2_{f=m-1}\end{array}\right\}⫫ \qquad \begin{array}{r}(4,\ 1)\\(4,\ 2)\end{array}$$

(4, 1) (4, 2) より

$$\frac{(\sqrt{m}\,\overline{Z})^2}{\sum_{i=1}^{m}(Z_i-\overline{Z})^2/\ (m-1)}\sim F^1{}_{m-1}\ \text{(under } b=0 \text{ is true)}$$

$(\sqrt{m}\,\overline{Z})^2$, $\sum_{i=1}^{m}(Z_i-\overline{Z})^2$の計算式

$$(\sqrt{m}\,\overline{Z})^2=m\,\overline{Z}^2=m\left[\frac{\Sigma Y_1(x-\overline{x})+\Sigma Y_2(x-\overline{x})+\cdots+\Sigma Y_m(x-\overline{x})}{m\sqrt{\Sigma(x-\overline{x})^2}}\right]^2$$

$$=\frac{[\Sigma Y_1(x-\overline{x})+\cdots+\Sigma Y_m(x-\overline{x})]^2}{m\Sigma(x-\overline{x})^2}$$

一方

$$\sum_{i=1}^{m}(Z_i-\overline{Z})^2=\sum_{i=1}^{m}Z_i^2-m\overline{Z}^2=\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{\Sigma Y_i(x-\overline{x})}{\sqrt{\Sigma(x-\overline{x})^2}}\right)^2-m\overline{Z}^2$$

ここに $\Sigma Y_i(x-\overline{x}) \equiv \sum_{t=1}^{n} Y_{ti}(x_t-\overline{x})$,

$\Sigma(x-\overline{x})^2\equiv\sum_{t=1}^{n}(x_t-\overline{x})^2$の意味である.

ゆえに　回帰分析表は次のようになる.

要　因	S・S	f	M・S・S
回　帰	$[\Sigma Y_1(x-\overline{x})+\cdots+\Sigma Y_m(x-\overline{x})]^2/m\Sigma(x-\overline{x})^2\cdots$(ii)	1	$\frac{[\sum_{i=1}^{m}\Sigma Y_i(x-\overline{x})]^2}{m\Sigma(x-\overline{x})^2}$
残　差	(i)−(ii)	$m-1$	[(i)−(ii)]/$m-1$
全変動	$\frac{[\Sigma Y_1(x-\overline{x})]^2+\cdots+[\Sigma Y_m(x-\overline{x})]^2}{\Sigma(x-\overline{x})^2}\cdots$(i)		

H：$b=0$なら（眞なら）

$$\frac{(\text{ii})}{\{(\text{i})-(\text{ii})\}/m-1}\sim F^1{}_{m-1}$$

となる.

§5　YがXの2次関数と誤差Eの和の場合

$$Y=a_0+a_1x+a_2x^2+E$$

で，xのx_1，x_2，…，x_nに対応するYをY_1，Y_2，…Y_nとする.

いま $a_0+a_1x+a_2x^2$を直交多項式で表示をする．すなわち

$$Y_i=b_0+b_1(x_i+\hat{\alpha})+b_2(x_i^2+\hat{\beta}x_i+\hat{\gamma})+E_i \quad (i=1,\ 2\cdots n)$$

これを ベクトル$Y'=(Y_1,\ Y_2,\ \cdots,\ Y_n)$ としてその構造式は

$$\mathbf{Y}=b_0\mathbf{1}_n+b_1(\boldsymbol{x}+\hat{\alpha}\mathbf{1})+b_2(\mathbf{V}+\hat{\beta}\boldsymbol{x}+\hat{\gamma}\mathbf{1}_n)+\mathbf{E}$$

ただし $\mathbf{V}'=(x_1^2,\ x_2^2,\ \cdots,\ x_n^2)$ とする，$\hat{\alpha},\hat{\beta},\hat{\gamma}$は，

$$\mathbf{1}'_n(\boldsymbol{x}+\hat{\alpha}\mathbf{1}_n)=0$$

$$\mathbf{1}'_n(\mathbf{V}+\hat{\beta}\boldsymbol{x}+\hat{\gamma}\mathbf{1}_n)=0$$

$$(\boldsymbol{x}+\hat{\alpha}\mathbf{1})'\ (\mathbf{V}+\hat{\beta}\boldsymbol{x}+\hat{\gamma}\mathbf{1}_n)=0$$

を満足する定数とする．更に$\boldsymbol{x}+\hat{\alpha}\mathbf{1}\equiv\boldsymbol{b}_1$，$\mathbf{V}+\hat{\beta}\boldsymbol{x}+\hat{\gamma}\mathbf{1}_n\equiv\boldsymbol{b}_2$とする.

よって

$$\mathbf{Y}=b_0\mathbf{1}_n+b_1\boldsymbol{b}_1+b_2\boldsymbol{b}_2+\mathbf{E}$$

とかける

(5, 1),　　　$\mathbf{E}\sim N_n(0,\ \sigma^2 I_n)$ のとき

$$P_{1n}Y=\sqrt{n}\ \overline{Y}\sim N[\sqrt{n}b_0,\ \sigma^2] \qquad (5,\ 1,\ 1)$$

$$\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2=\|\mathbf{Y}\|^2-\|P_{1n}\mathbf{Y}\|^2-\|P_{b_1}\mathbf{Y}\|^2-\|P_{b_2}\mathbf{Y}\|^2$$

$$=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2-\frac{[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2}{\Sigma(x_i-\overline{x})^2}-\frac{[\Sigma Y_i(x_i^2+\hat{\beta}x_i+\hat{\gamma})]^2}{\Sigma(x_i^2+\hat{\beta}x_i+\hat{\gamma})^2}\sim\sigma^2\ \chi^2_{f=n-3}\tag{5, 1, 2}$$

(5, 1, 1) と (5, 1, 2) の統計量は独立で，(5, 1, 1) と (5, 1, 2) より

$$\frac{(\overline{Y}-b_0)\sqrt{n}}{\sqrt{\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2/n-3}}\sim t_{n-3}$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{ll}\|P_{b_1}Y\|^2\sim & \sigma^2\ \chi^2_{f=1}\ \text{(under } b_1=0 \text{ is true)}\\ \|P_{b_2}Y\|^2\sim & \sigma^2\ \chi^2_{f=1}\ \text{(under } b_2=0 \text{ is true)}\end{array}\right\}\\ \|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2\sim\sigma^2\ \chi^2_{f=n-3}\ \text{(Absolutely)}\end{array}\right\}\perp\!\!\!\perp$$

ゆえに

$$\frac{\|P_{b_1}Y\|^2}{\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2/n-3}\sim F^1_{n-3}\ \text{(under } b_1=0 \text{ is true)}$$

$$\frac{\|P_{b_2}Y\|^2}{\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2/n-3}\sim F^1_{n-3}\ \text{(under } b_2=0 \text{ is true)}$$

$$\frac{(\|P_{b_1}Y\|^2+\|P_{b_2}Y\|^2)/2}{\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2/n-3}\sim F^2_{n-3}\ \text{(under } b_1=b_2=0 \text{ are true)}$$

(5, 2)　$E\sim N_n\ (0,\ \sigma^2[(1-\rho)\ I_n+\rho 1_n 1'_n])$ のとき

$$\left.\begin{array}{l}P_1Y=\sqrt{n}\ \overline{Y}\sim N\ [\sqrt{n}b_0,\ \sigma_1^{*2}\equiv\sigma^2\ [(n-1)\rho+1]]\\ P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\sim N_{n-3}\ [0,\ (1-\rho)\sigma^2 I_{n-3}\equiv\sigma_2^{*2}I_{n-3}]\end{array}\right\}\perp\!\!\!\perp$$

$\sigma_1^{*2}\fallingdotseq\sigma_2^{*2}$ なることから，§2の［定理1］に相当する定理は成立しない．

$$\frac{(\overline{Y}-b_0)\sqrt{n}}{\sqrt{\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2/n-3}}\not\sim t_{n-3}$$ である．

しかし

$\|P_{b_1}Y\|^2\sim\sigma_2^{*2}\ \chi^2_{f=1}\ (b_1=0$が眞のとき$)$ (5, 2, 1)

$\|P_{b_2}Y\|^2\sim\sigma_2^{*2}\ \chi^2_{f=1}\ (b_2=0$が眞のとき$)$ (5, 2, 2)

この (5, 2, 1) $\perp\!\!\!\perp$ (5, 2, 2) より

$\|P_{b_1}Y\|^2+\|P_{b_2}Y\|^2\sim\sigma_2^{*2}\ \chi^2_{f=2}\ (b_1=b_2=0$が眞のとき$)$

一方

$\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2\sim\sigma_2^{*2}\ \chi^2_{f=3}$

は常に (5, 2, 1) とも (5, 2, 2) とも独立であり．よって回帰分析表をうる．

	S・S	f	M・S・S
①$\|P_{b_1}Y\|^2=$	$[\Sigma Y_i(x_i-\overline{x})]^2/\Sigma(x_i-\overline{x})^2$	1	①
②$\|P_{b_2}Y\|^2=$	$[\Sigma Y_i(x_i^2+\hat{\beta}x_i+\hat{\gamma})]^2/\Sigma(x_i^2+\hat{\beta}x_i+\hat{\gamma})^2$	1	②
③$\|P_{S(1,b_1,b_2)^\perp}Y\|^2=$	④−①−②	$n-3$	③$/n-3$
④$\|P_{S(1)^\perp}Y\|^2=\Sigma Y_i^2-n\overline{Y}^2$			

(5, 3)　$E \sim N_n(0, \Sigma)$ のとき，回帰係数に関する仮説検定

$Y_i = a_i\mathbf{1} + b_1\boldsymbol{b}_1 + b_2\boldsymbol{b}_2 + E_i$, $E_i \sim N_n(0, \Sigma)$, E_i ⫫ とする．
$i = 1, 2, \cdots m$,
このとき我々は $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ から $H_1 : b_1 = 0$, $H_2 : b_2 = 0$, $H_{1,2} : b = b_2 = 0$ についての検定を調べる．

(5, 3, 1) $H_2 : b_2 = 0$ の検定について

$$Z = e(\boldsymbol{b}_2)'Y \sim N\ [e(\boldsymbol{b}_2)'\boldsymbol{b}_2 \cdot b_2,\ e(\boldsymbol{b}_2)'\Sigma e(\boldsymbol{b}_2)\ \equiv \lambda_2]$$

で，Yが，互に独立な $Y_1, Y_2, \cdots Y_m$ のとき，$Z_i = e(\boldsymbol{b}_2)'Y_i$, $(i = 1, 2, \cdots m)$, なる $Z_1, Z_2 \cdots Z_m$ は，Zの i, i, d とみられる．よって

$$\left.\begin{array}{ll} \sqrt{m}\,\overline{Z} \sim & N[\sqrt{m}e(\boldsymbol{b}_2)'\boldsymbol{b}_2 \cdot b_2,\ \lambda_2] \\ \Sigma(Z_i - \overline{Z})^2 \sim \lambda_2\,\chi^2_{m-1} & \end{array}\right\} ⫫$$

よって，$H_2 : b_2 = 0$ が眞のときは，

$$\frac{(\sqrt{m}\,\overline{Z})^2}{\Sigma(Z_i - \overline{Z})^2/m-1} \sim F^1_{m-1}$$

ここに $(\sqrt{m}\,\overline{Z})^2 = \dfrac{[\Sigma Y_1(x^2 + \hat{\beta}x + \hat{\gamma}) \cdots + \Sigma Y_m(x^2 + \hat{\beta}x + \hat{\gamma})]^2}{m\Sigma(x^2 + \hat{\beta}x + \hat{\gamma})^2}$

$$\Sigma(Z_i - \overline{Z})^2 = \frac{\sum_i^m [\Sigma Y_i(x^2 + \hat{\beta}x + \hat{\gamma})]^2}{\Sigma(x^2 + \hat{\beta}x + \hat{\gamma})^2} - m\overline{Z}^2 \text{である．}$$

また $H_1 : b_1 = 0$ の検定は
§4で示したものと同一である．

$H_{1,2} : b_1 = b_2 = 0$ の検定について

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e(\boldsymbol{b}_1)' \\ e(\boldsymbol{b}_2)' \end{pmatrix} Y \equiv \underset{2\times n}{E_2'}\,Y \sim N_2\left[\begin{pmatrix} e(\boldsymbol{b}_1)'\boldsymbol{b}_1 \cdot b_1 \\ e(\boldsymbol{b}_2)'\boldsymbol{b}_2 \cdot b_2 \end{pmatrix} \equiv \boldsymbol{\mu},\quad E_2'\Sigma E_2 \equiv \Sigma^*\right]$$

Yが独立な $Y_1, Y_2, \cdots Y_m$ に対応して $E_2'Y_i = \mathbf{Z}_i$ とすると，
$\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \cdots, \mathbf{Z}_m$ は，$\mathbf{Z} \sim N_2[\boldsymbol{\mu}, \Sigma^*]$　なる $\mathbf{Z}$ の i, i, d とみられる．
よって

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{m}\,\overline{\mathbf{Z}} \sim N_2(\sqrt{m}\boldsymbol{\mu},\ \Sigma^*) \\ A_Z = \sum_{i=1}^{m} (\mathbf{Z}_i - \overline{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z}_i - \overline{\mathbf{Z}})' \sim W_2(m-1,\ \Sigma^*) \end{array}\right\} ⫫$$

であるから

$$\begin{aligned} &(m-1)\sqrt{m}\,\overline{\mathbf{Z}}'(A_Z)^{-1}\sqrt{m}\,\overline{\mathbf{Z}} \\ &= (m-1)m\overline{\mathbf{Z}}'A_Z^{-1}\overline{\mathbf{Z}} \sim {}_2T^{2\prime}_{m-1}\ (\lambda^2 = m\boldsymbol{\mu}'\Sigma^{*-1}\boldsymbol{\mu}) \\ &\qquad\qquad \sim {}_2T^2_{m-1}\ (\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \text{ なら } \lambda^2 = 0) \end{aligned}$$

よって $H_{1.2}$：$b_1=b_2=0$（なら$\boldsymbol{\mu}=0$）

$(m-1)m\overline{\mathbf{Z}}'A_z^{-1}\overline{\mathbf{Z}}\sim{}_2T_{m-1}^2$

$$\frac{{}_2T_{m-1}^2}{m-1}\cdot\frac{m-2}{2}=m\overline{\mathbf{Z}}'A_{\bar{z}}^{-1}\overline{\mathbf{Z}}\cdot\frac{m-2}{2}\sim F_{m-2}^2$$

(under $b_1=b_2=0$ are true)

引用図書

(1) S.F.Arnold(1981) "The Theory of Linear Models and Multivariate Analysis",John Wiley & Sons.

(2) A.M.Kshirsagar (1972) "Multivariate Analysis" Marcel Dekker,Inc.

(3) T.W.Anderson(1984) "An Introduction to Multivariate Statistical Analysi s" John Wiley & Sons.

(4) 宇喜多義昌（1975)，実験計画法，森北出版。

(5) 宇喜多義昌(1988)，多変量統計解析，$\|P_Sx\|^2$とその分布の研 究，序説－明星大学出版部。

(6) 宇喜多義昌（1987)，多変量解析－標本分布とその応用－明星大学出版部。

(8) M.Siotani.他2名(1985)，Modern Multivariate Statistical Analysis,(American Selences Press.)

引用論文

(1) 宇喜多義昌：行列正規分布とその応用…明星大学研究紀要（理工学部)。1987（第23号）

(2) Y.Ukita&K.Noda：About the Matrix Normal Distribution and its Application to Manova (The Second Japan-China Symposium on Statistics) 1987.

(3) Y.Ukita&K.Noda：Testing Hypothesis on Generalized Linear Models inANOVA (ISI 45th Contributed Papers) 1987.

(4) 宇喜多義昌・小野英夫：Generalized Linear Modelの場合の仮説検定について，明 星大学研究紀要－理工学部。1988（第24号）

(5) 宇喜多義昌・小野英夫：Generalized Linear Modelの場合のF－検定法の応用，明星大学研究紀要－理工学部，1989（第25号）

(6) 宇喜多義昌：Generalized Linear Modelの場合の仮説検定について（II)，明星大 学研究紀要－理工学部1989（第25号）

(7) Y.Ukita "The Decomposition of The Principal Space and Its Application to The Analysis of Variance on The Linear Model." (東京理科大学研究専攻科雑誌。No1, Vol5, 1984)

(8) Y.Ukita,K.Noda "The Fundamental Theorem of Testing Problem for The Null Hypothesis contrasst $c\mu=0$, And Its Application to The Regression Theorem" (Japan China Symposium on Statistics) 1989.

(9) 宇喜多義昌：Generalized Linear Modelの場合の仮説検定について"，明星大学研 究紀要－理工学部1990（第26号）

(10) 宇喜多義昌，小野英夫：一般化線形モデルの場合の各種仮説検定量の幾何学的量としての考察，明星大学研究紀要－理工学部1991（第27号）

(11) 宇喜多義昌，塩谷実，小野英夫：Generalized Linear Modelをもつ2要因2水準の要因実験で，反復実験の場合の統計的仮説検定問題について，明星大学研究紀要－理工学部1992(第28号)

(12) Y.Ukita,K.Noda, and E.Miyaoka： "UMP Invariant Test for a Generalized Linear Model." (Journal fo Multivariate Analysis.Vol40 No1 .January 1992).

(13) Y.Ukita,K.Noda, and E.Miyaoka : "On F-TESTS AND LINEAR HYPO THESIS IN A GENERAL LINEAR MODEL," (Communication in Statistics Theory and Methods 21 (7) 1992)

(14) 宇喜多義昌，塩谷実：Cyclic Random Vector $\boldsymbol{x}$の母平均$\boldsymbol{\mu}$の多量比較H：$\boldsymbol{c}_i'\boldsymbol{\mu}=0$ (i=1, 2…l) に関するUMP-Testについて。明星大学研究紀要－理工学部1993 (第29号) (平成4年度科学研究費研究成果論文)

(15) 宇喜多義昌，塩谷実，小野英夫：Random Vector $\boldsymbol{x}$の母平均Vector $\boldsymbol{\mu}$の多量比較$\boldsymbol{c}_i'\boldsymbol{\mu}=0$ (i=1, 2…r) の2つの検定方式の有効測定の比較。明星大学研究紀要 －理工学部1994 (第30号) (平成5年度科学研究費研究成果論文)

(16) 宇喜多義昌，塩谷実，小野英夫：Random Vector $\boldsymbol{x}$の母平均Vector $\boldsymbol{\mu}$の多量比較$\boldsymbol{c}_i'\boldsymbol{\mu}=0$ (i=1, 2…r)の2つの検定方式の有効測定の比較，Part II。(同上紀 要31号) (平成6年度科学研究費研究成果論文)