

RBSM の直交異方性要素による 鉄筋により補強された岩盤ジョイントの モデル化について

竹内則雄*

On the numerical model of reinforced rock joint
by using orthotropic plate element of RBSM

Norio TAKEUCHI

Abstract

A family of new discrete models were proposed by Prof. KAWAI in 1977 on the basis of the experimental evidence for solids under the ultimate state of loading. These models, named RBSM(Rigid Bodies-Spring Model), consist of rigid bodies and two types of connection springs, one of which resist dilatational deformation, while the other resists shear deformation.

The failure mechanism of reinforced rock joint is complicated and it is extremely difficult to analyze their behaviour using existing analysis methods, which are usually based on the continuum mechanics approach. The author has been engaged in the analysis of various types of geotechnical problems using RBSM.

In case of the numerical model of reinforced rock joint, beam element was used by way of reinforcement. Setting up reinforcements all over the place, however, mesh generation may be difficult.

In this paper reinforced rock joint will be idealized as multilayered composite materials using orthotropic plate element of RBSM and usefulness of this model will be discussed with some example.

1. はじめに

節理、層理系の岩盤や断層を含む斜面の補強対策として鉄筋を利用したロックボルト工法がよく利用されている。この工法の場合、地盤の状態を考慮して、鉄筋の適切な打設角度と本数を決定する必要がある。

鉄筋本数を決定する方法として、最も簡単で従来から広く利用されている方法に、鉄筋の効果をせん断抵抗に置き換え、簡便的に見掛けの粘着力を増加させ安定解析を行う方法がある¹⁾。この方法は砂地盤の場合を中心に利用されてきたが、岩盤斜面に対しても簡便上適用している。しかしながら、鉄筋の打設による剛性の変化が取り入れられておらず、また、引張力に対する取り扱いがまったくなされていないため、簡単な方法ではあるが、多くの問題点も残されている。とくに、適切な鉄筋の打設角度を決定できない

*理工学部土木工学科助教授 計算力学・応用力学

という致命的な欠点を有している。

一方、強度定数を操作せず補強材の伸び抵抗によって地山が安定化するという研究が発表されている⁹⁾。この考え方は、主に土質系の地盤に対するものであり、Jewell らは、この考え方で補強材の引張効果と土のせん断強度の増分の関係を求めている⁹⁾。

有限要素法などの数値解析では、梁（トラス）要素を用いて後者に対するモデル化を行っている。しかし、斜面に多数打設されたロックボルトを考慮して要素分割を行うのは手間がかかるため、適切な鉄筋の打設角度や本数を求めようとすれば、幾度も要素分割を行わなければならない、実用性は失われてゆく。

一方、川井は塑性変化や破壊の本質はすべりにあるとして、新しい離散化モデルを発表した⁹⁾。このモデルは剛体とばねより構成されていることから RBSM（剛体ばねモデル：Rigid Bodies-Spring Model）と呼ばれている。この方法は、当初、金属材料の離散化極限解析に適用されてきたが¹⁰⁾⁻¹²⁾、すべりや引張破壊を簡単に扱えるということから、地盤力学諸問題に対しても応用されるようになってきている⁹⁾⁻¹²⁾。この方法も有限要素法と同様、領域型の解析手法であるため、地盤を有限な要素に分割する必要がある。したがって、有限要素法と同様、梁要素により鉄筋を評価すれば、有限要素法の場合と同じ理由で、実用性が失われる傾向がある。とくに、RBSM では要素境界辺上のエネルギーを評価し、そこにすべりを発生させるため、有限要素法よりさらに実用性が減少する。

著者らは、同じように鉄筋で補強された構造である鉄筋コンクリート構造に対し、RBSM を用いた異方性板による鉄筋のモデル化を提案した¹³⁾⁻¹⁵⁾。このモデルでは付着効果が十分期待できるものとして鉄筋の軸剛性をすべて考慮し、せん断剛性についてはダウエル効果を取り入れている。この方法によれば、近似的ではあるが、鉄筋の剛性や補強材の伸び抵抗を考慮することができ、しかも、要素分割にさほど注意をはらわなくてもすむ。

しかし、地盤に対する鉄筋の補強では、たとえ岩盤系の地盤であったとしても、鉄筋コンクリートほどの付着効果は期待できにくいものと思われる。また、鉄筋コンクリート構造物に比べ、斜面に打設された鉄筋量は少ないため、ダウエル効果の影響も少ないものと想像される。

そこで、鉄筋の軸剛性に対し付着効果に関する有効係数を導入し、RBSM に対する構成式の誘導を試みた。本論文では、そのモデル化と簡単なシミュレーションによる本モデルの特徴について述べる。

2. 各種解析法に対する RBSM の位置付け

本論文では解析手法として RBSM を用いる。具体的に RBSM に関する式を誘導する前に、RBSM を利用する利点ならびに他の解析法との関連について支持力問題に対して飯塚らが用いた図に RBSM の関係を加えた図 1 を参照しながら述べる。

解析の立場から構造物をとらえてみると、外力が作用した当初は弾性的挙動を示す。その後、外力の増加に伴い構造物は部分的に塑性化する。この時点で外力を取り去れば、構造物には残留変形が生ずる。さらに外力を加えてゆくと構造物はメカニズムを形成し、破壊へといたる。メカニズムを形成する前は構造物を連続体として取り扱うことが可能であるが、一旦メカニズムが形成されると構造物は不安定となり、不連続体として

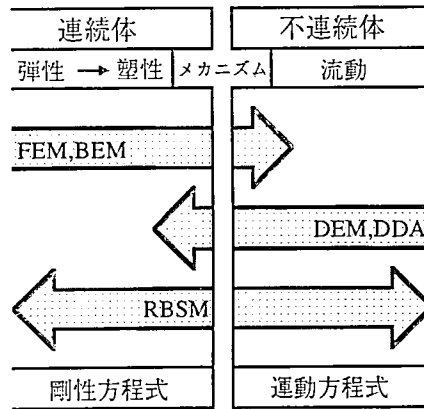


図1 RBSM の位置付け

の取り扱いを行わなければならない。

連続体としての解析手法の代表的なものに、有限要素法¹⁶⁾、境界要素法¹⁷⁾などがある。これらの解析法は主に剛性方程式（多元連立方程式）を解いて求めようとする解を得る。連続体力学を基礎としているため、メカニズム近傍の強非線形状態では解の収束性が悪くなる傾向にある。

一方、メカニズムを形成し、流動状態にある物体の解析法としては個別要素法¹⁸⁾やDDA¹⁹⁾などがある。これらの方法では、運動方程式を解いて解を求めている。したがって、静的な問題を解析するには工夫が必要となる。

構造物の崩壊現象を明らかにするため、メカニズムの壁を乗り越えるべく、連続体から不連続体へ^{20)~23)}、あるいはその逆の研究²⁴⁾が進められている。

RBSM は、このような現状の中で、構造物が崩壊しメカニズム状態に達したとき構造物はリンク機構を形成し、剛体運動が卓越するという実験的な事実から開発された方法で、基本的には剛性方程式を解いて解を得る⁴⁾。したがって、弾性解析には不向きであり、メカニズム近傍の強非線形問題の解析に適している。RBSM によって得られる荷重は極限解析でいうところの上界値となる²⁵⁾。このことから RBSM を用いた解析を離散化極限解析と呼ぶこともある。RBSM においても変形解の精度を向上させる研究²⁶⁾や流動状態の解析²⁷⁾が試みられている。

本論文では、メカニズム近傍の解析を前提とし、新しい要素の開発を行うという立場から議論を進める。

3. RBSM による地盤のモデル化

ここでは、RBSM を用いた地盤のモデル化について述べる。なお、簡単のため、説明は2次元面内状態で行う²⁸⁾。

先に述べたように、RBSM も領域型の解析手法であるため、解析対象としての地盤を有限な要素に分割する必要がある。いま、分割された要素の中から、図2(a)に示す任意の隣接する2つの要素を取り出して考える。図では三角形の要素を用いているが、RBSM の場合、要素形状として任意多角形を用いることができる。これらの要素は剛体で、要

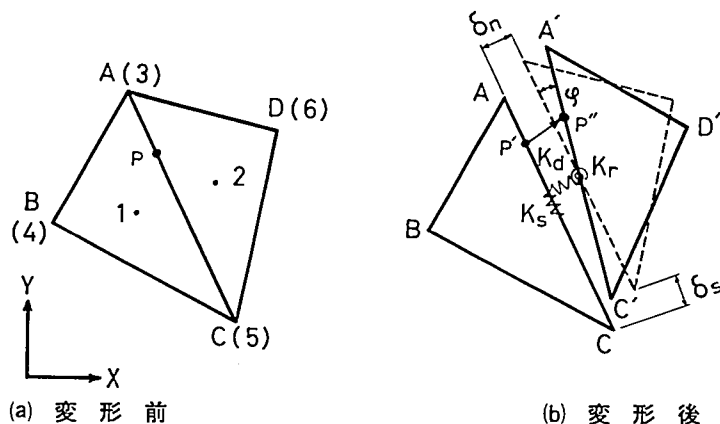


図2 RBSMの2次元面内要素

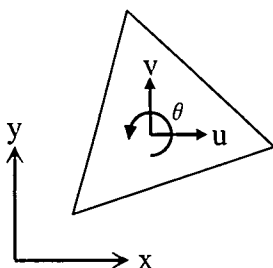


図3 要素重心における剛体変位

素境界边上にはすべり（せん断力）に抵抗するばね（ k_s ）と接触（垂直力）に抵抗するばね（ k_n ）の2つのばねが分布しているものとする。図中の回転ばね（ k_r ）は要素境界辺に沿った積分から自動的に決定される回転運動に抵抗するばねである。

外力の作用のもと、図2(a)の2つの剛体が(b)のような状態になったものとする。このとき、もとの点PはP'とP''に移動する。この結果生じた2要素間の相対変位によるばねの仕事を利用してエネルギーを評価する方法がRBSMの考え方である。このように、RBSMでは要素間の相対変位が重要な意味を持つ。このことは、後で述べる異方性要素についても全く同じである。次にこの相対変位の求め方を具体的に述べる。

RBSMでは、要素を剛体と仮定しているため、要素の移動は図3に示すよう、要素内の任意点（便宜上、重心点とする）における剛体的な平行移動（ u , v ）と剛体回転（ θ ）の3つの成分により完全に記述することができる。いま、要素重心における剛体変位を簡単に次のように書く。

$$u = \{u_1 \ v_1 \ \theta_1 ; u_2 \ v_2 \ \theta_2\}^T \quad (3.1)$$

ここで、下付きの添字は隣接する要素の番号を表している。

一方、ずれに対する相対変位を（ δ_s ）、接触に対する相対変位を（ δ_n ）として、

$$\delta = \{\delta_n, \delta_s\}' \quad (3.2)$$

とすれば、重心点における剛体変位 u を用いて次のように相対変位を求めることができる。

$$\delta = M \cdot R \cdot Q \cdot u = B \cdot u \quad (3.3)$$

ここで、 B は重心の剛体変位と相対変位を関係づけるマトリックスで、剛体変形を表すマトリックス Q ,

$$Q = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -(y-y_1) & & \\ 0 & 1 & (x-x_1) & & \\ \hline & & & 1 & 0 & -(y-y_2) \\ & & & 0 & 1 & (x-x_2) \end{array} \right] \quad (3.4)$$

要素境界边上に沿った局所座標系と全体座標系との間の座標変換マトリックス R ,

$$R = \left[\begin{array}{cc|cc} \ell_1 & m_1 & & \\ \ell_2 & m_2 & & \\ \hline & & \ell_1 & m_1 \\ & & \ell_2 & m_2 \end{array} \right] \quad \begin{array}{l} \ell_1 = \cos(n, x) \\ \ell_2 = \cos(n, y) \\ m_1 = \cos(s, x) \\ m_2 = \cos(s, y) \end{array} \quad (3.5)$$

局所座標系における変位差を表すマトリックス M ,

$$M = \left[\begin{array}{cc|cc} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (3.6)$$

より次のように求められる。

$$B = \left[\begin{array}{cc|cc} -\ell_1 & -m_1 & \ell_1(y-y_1)-m_1(x-x_1) & \\ -\ell_2 & -m_2 & \ell_2(y-y_1)-m_2(x-x_1) & \\ \hline & & \ell_1 & m_1 & -\ell_1(y-y_2)+m_1(x-x_2) \\ & & \ell_2 & m_2 & -\ell_2(y-y_2)+m_2(x-x_2) \end{array} \right] \quad (3.7)$$

一方、要素境界边上に分布しているばねを

$$D = \left[\begin{array}{cc} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{array} \right] \quad (3.8)$$

とすれば、要素境界面上の表面力

$$\sigma = \{\sigma_n, \tau_s\}' \quad (3.9)$$

と相対変位の間に次の関係が成立する。

$$\sigma = D \cdot \delta \quad (3.10)$$

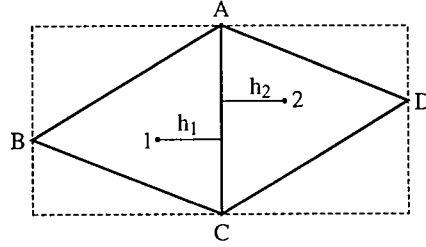


図4 差分近似のための垂線の仮定

ここで、 σ_n は単位面積当たりの表面力で、 τ_s は同様にせん断力を表している。

以上の準備のもと、変形後のばねに蓄えられるエネルギーを次のように求める。

$$V = \frac{1}{2} \int_{t_{35}} \delta' D \delta ds = \frac{1}{2} u' \int_{t_{35}} (B' D B) ds u \quad (3.11)$$

これらの関係から、地盤を表現する要素剛性マトリックスを求めることができる。なお、ばね定数は、一軸状態を仮定し、図4に示す垂線を用いて次のように差分近似により表す方法がよく利用されている。

$$\left. \begin{aligned} k_n &= \frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{1}{h_1+h_2} \\ k_s &= \frac{E}{1+\nu} \cdot \frac{1}{h_1+h_2} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

ここで、 E は地盤の変形係数、 ν はポアソン比を表している。このばね定数の決定方法は近似的なものであり、より精度の高いばね定数を得たい場合には実験データなどから直接決定することが望ましい。

4. 異方性要素による補強材のモデル化

補強材をモデル化する場合、補強材を梁要素に置換する方法と、等価な直交異方性板とする方法が考えられる。図5は鉄筋コンクリートの場合の例で左が梁要素によるモデル化、右が直交異方性板によるモデル化を表している。¹³⁾ 本論文では、図5右側に示す直交異方性板によりモデル化を行う。

図6は鉄筋を異方性の薄板と仮定した場合の要素を表している。図中、 $X'-Y'$ で表される座標系は鉄筋軸に沿った座標系である。いま、この座標軸に沿った方向に対してのみ軸剛性とせん断剛性が有効になるよう一軸状態を仮定して、式(3.10)と同様な関係を誘導すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha E & 0 \\ 0 & \beta E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、 E は鉄筋の弾性係数であり、 α は鉄筋の付着効果を考慮した軸剛性に対する有効係数を表している。また、 β は鉄筋コンクリートというところのダウエル効果を表す

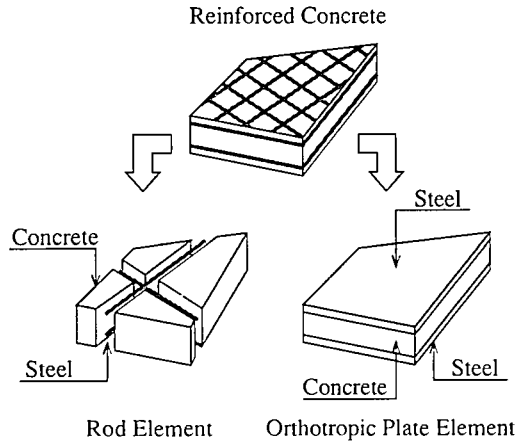


図5 鉄筋コンクリートのモデル化

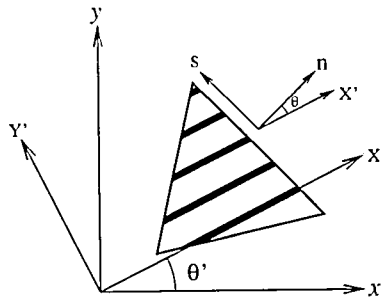


図6 異方性要素の座標系

係数である。

RBSM では要素境界辺に沿った局所座系により剛性行列を誘導しており，式 (3.10) も局所座標系 (n - s) に対して立てられた式である。したがって，ここで仮定した補強剤の応力-ひずみ関係式 (4.1) も次のように鉄筋軸に沿った座標系から要素境界辺に沿った局所座標系に変換しておく必要がある。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{Bmatrix} = E \cos^2 \theta \begin{bmatrix} \alpha \cos^2 \theta + \beta \sin^2 \theta & (\beta - \alpha) \cos \theta \sin \theta \\ (\beta - \alpha) \cos \theta \sin \theta & \alpha \sin^2 \theta + \beta \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma_s \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

ここで， θ は図 6 に示すよう，要素境界辺に沿った局所座標系と鉄筋軸に沿った座標系の間の角度である。

式 (4.2) における， σ_n ， τ_s は鉄筋の軸力とせん断力を要素境界辺に沿った成分に変換した値であり， ε_n と γ_s は式 (3.3) で求めた，要素境界辺に沿った 2 要素間の相対変位を図 4 に示す垂線で除した値である。この結果，補強材の応力-ひずみ関係は地盤の応力-ひずみ関係と同じパラメーターにより記述されたことになる。

以上の関係から、異方性要素で表された補強材に対しても式(3.11)と同様に要素境界辺毎に地盤の剛性マトリックスと重ね合わせれば、異方性板としての補強材を考慮した全体剛性マトリックスを得ることができる。

5. 鉄筋の有効係数

鉄筋の応力-ひずみ関係の式(4.1)で導入した係数 α は地盤と鉄筋との付着を表すための係数である。この係数は、土質系の地盤の場合、鉄筋周辺の応力に依存する²⁹⁾。岩盤ジョイントの場合についても同様な傾向にあるものと思われるが、鉄筋周辺のグラウト材との関係も無視できないため、詳細な関係は不明である。このような点を含め、吉中らは実験的に鉄筋で補強された岩盤ジョイントの挙動を研究している²⁹⁾。実際にこのような係数を決定するためには、原位置における試験施工から決定するのが望ましい。

図7は岩盤ジョイント面における鉄筋の変形状況を表した図である。この鉄筋の変形を詳細にながめたものが図8に示されている。図のように、鉄筋の変形パターンには曲げ、せん断、折り曲げの3つが考えられる。これらの作用をダウエル効果と呼んでいる。既往の鉄筋コンクリートによる実験によれば、ダウエルの効果は主に最大耐力近傍で生じ、その時点ではひびわれ幅も大きく、内部には付着ひび割れも発生している状態である。この状態では、せん断や折り曲げによるダウエル効果は小さく、曲げによる効果が大部分であると思われる。岩盤ジョイントの場合、ひびわれ幅は鉄筋コンクリートよりも更に大きく、地盤に対して、グラウト材の強度も小さいため、付着ひび割れも多数発生している²⁹⁾。そこで、ダウエル効果を表す係数 β として、曲げによる効果のみを考慮する。このとき、鉄筋のせん断応力とせん断ひずみの関係は次式により表される¹³⁾

$$\tau = \frac{3}{4} \left(\frac{d}{a_m} \right)^2 E \gamma = \beta E \gamma \quad (5.1)$$

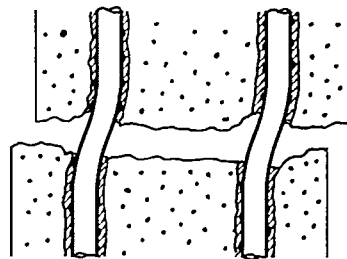


図7 岩盤ジョイントの変形

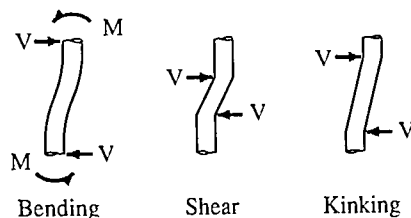


図8 鉄筋の変形パターン

ここで、 M は鉄筋の曲げモーメントであり d は鉄筋径、 a_m はひび割れ間隔、 E は鉄筋の弾性係数を表している。通常の鉄筋コンクリート構造物の場合、 $\beta=0.01\sim0.005$ 程度の値をとる。地盤の補強に用いられる鉄筋の量は、鉄筋コンクリートに比べ少なく、また、ひび割れ幅も大きいため、この値はさらに小さくなるものと思われる。

6. 数値計算例

前節までに述べてきた解析手法を簡単な数値計算例により検討してみる。図9は計算に用いたモデルが示されている。

補強材としての鉄筋にはSD30-D25 ($A=5.067\text{cm}^2$) を1本用いた。地盤定数は $E=25000\text{kgf/cm}^2$ 、 $\nu=0.3$ としジョイント面以外は破壊しないものとする。また、ジョイント面における強度定数は $C=0.5\text{kgf/cm}^2$ 、 $\phi=30^\circ$ とし、破壊条件としては Mohr-Coulomb の条件を用いた。ただし、地盤の自重は無視している。要素分割は横方向11分割とし、中央の要素に異方性板としての鉄筋を考慮した。荷重は水平荷重を図のように作用させるものとする。

解析は弾塑性解析とし、非線形計算法としては、荷重増分法による山田の方法を適用

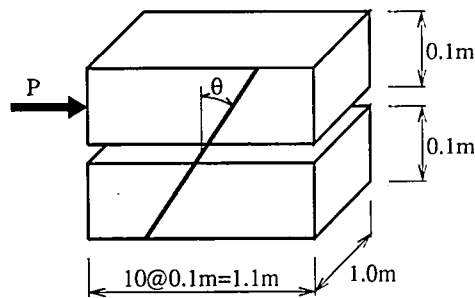


図9 数値計算モデル

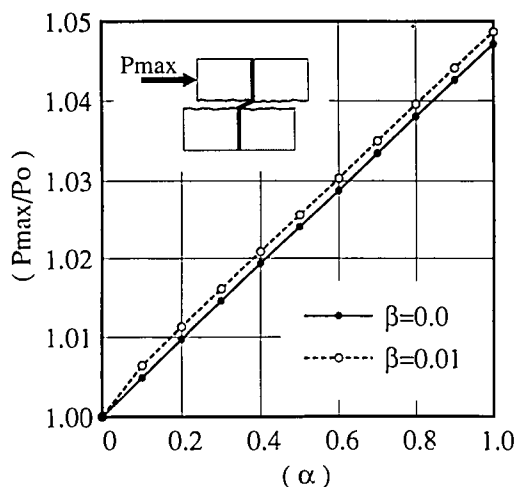


図10 α , β の相違による耐荷力 ($\theta=0$)

した。³⁰⁾ なお、計算はジョイント面が全て破壊した時点で終了させ、鉄筋は降伏しないものとする。

図10は横軸に鉄筋の軸方向有効係数(α)をとり、縦軸にジョイント面が破壊する荷重を鉄筋を考慮しない場合との比により表した。 P_0 は補強しない場合の耐力で、 P_{\max} はせん断面のすべてがすべり面となったときの荷重値を示している。実線はダウエル効果を見放したとき、点線は $\beta=0.01$ とした場合の結果である。このことから、ダウエル効果による影響は少ないものと思われる。以降、 $\beta=0$ と仮定して計算を進める。

図11は図10の計算における鉄筋の軸力を示した図である。このように、せん断力を

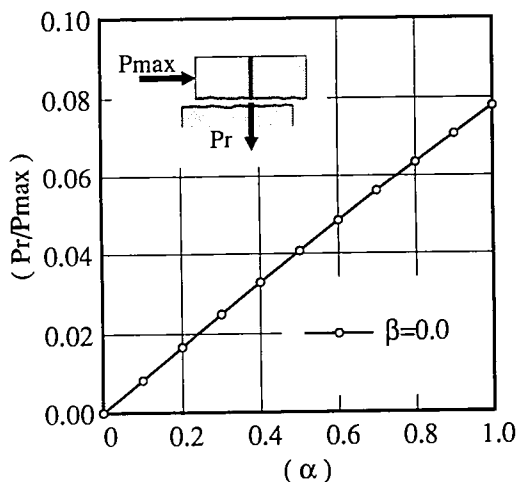


図11 α の相違による鉄筋の軸力 ($\theta=0$)

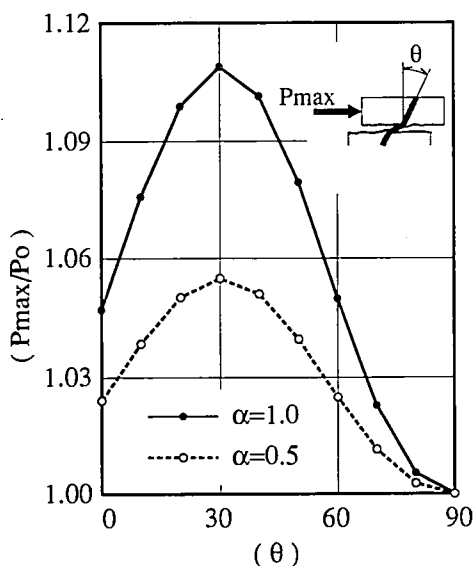


図12 α と θ の相違による耐力

作用させただけで鉄筋に軸力が生ずるのは、岩盤のジョイント面におけるダイラタンシーの影響によるためである。強度定数を操作する方法の場合、このような現象を評価することはできない。

図 12 は横軸に鉄筋の角度、縦軸に耐荷力を取り計算結果をプロットしたものである。縦軸の考え方は図 10 の場合と同じである。図中、実線は鉄筋の軸剛性に関する有効係数 α が 1 の場合、点線は 0.5 の場合を示している。 α の値に関係なく、最大耐荷力は 30 度の角度で生じている。このことから、純せん断を受けるジョイントの場合、ジョイント面に対して 30 度の角度に鉄筋を打設すると有効であることが理解できる。ただし、材料定数が異なる場合には、そうとは限らない。

一方、横軸に鉄筋の打設角度を取り、最高荷重が生じたときの鉄筋の軸力を縦軸にとって同様にプロットした結果が図 13 に示されている。鉄筋の軸力が最大となる角度は、最大荷重が生ずる方向と異なり、20 度の方向となっている。ただし、これは、鉄筋の軸力を無次元化するため、ジョイント面が破壊したときのせん断力 P_{\max} を用いており、相対的な関係の場合である。この結果から、ジョイント面の引張力を鉄筋が負担していることが理解できる。強度定数を操作する場合にはこのような現象は生じない。

最後にジョイント面上の垂直応力とせん断応力の分布を表した図を、それぞれ、図 14、図 15 に示す。図からも理解できるように、ジョイント面のせん断応力、垂直応力とも、鉄筋の打設されている付近で低いを示している。このような現象が生ずるのは、図 11 の個所で述べたのと同様に鉄筋が応力を分担するためであり、鉄筋の剛性が評価されていることが理解できる。

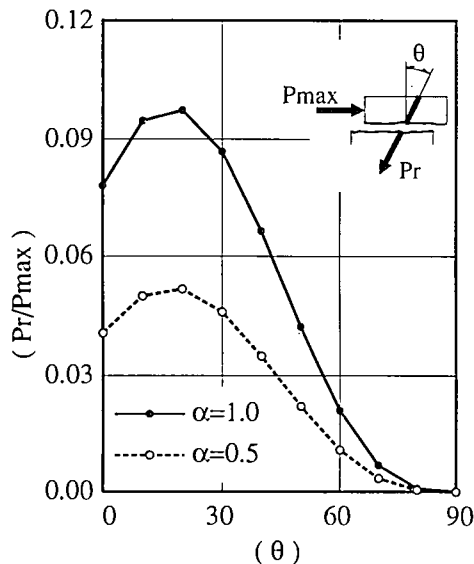


図 13 α と θ の相違による鉄筋の軸力

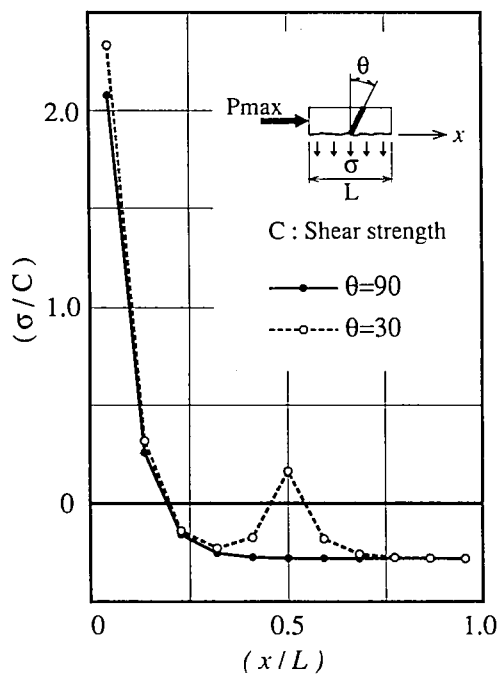


図 14 ジョイント面上の垂直応力

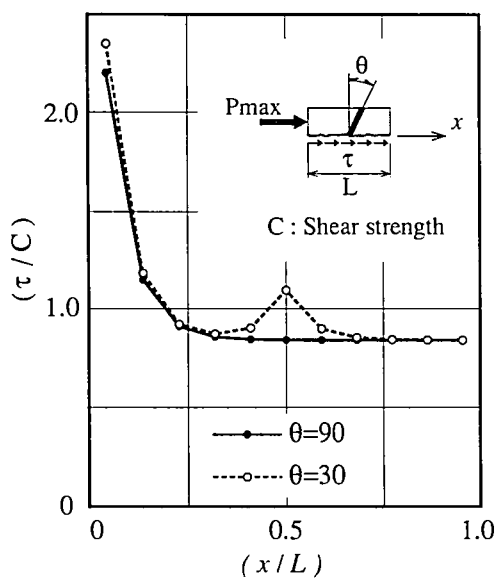


図 15 ジョイント面上のせん断応力

7. むすび

岩盤斜面に離散的に分布している不連続面を多数のロックボルトにより結合し、安定化をはかるロックボルト工法において、最も重要な課題はジョイント面の挙動であろう。本論文では、このジョイント面の挙動をシミュレーションするため、RBSMを用いた直交異方性要素による解析手法を提案した。

トラス要素を用いる定式化に対して、本手法を用いることにより、次のような改善が得られる。

- 1) 鉄筋の影響を平面要素により表現しているため、地盤の自由度と鉄筋の自由度が同一になり、従来のRBSMによる離散化極限解析に容易に取り込むことができる。
 - 2) 要素分割をあまり意識せずに鉄筋の影響を評価することができる。また、異方性の方向を指定するだけで、初めに設定した要素分割が常に利用できるため、鉄筋の打設角度を決定するトライアル的な計算においても有効である。
- また、強度定数を操作する方法に対しては、次のような利点がある。
- 3) 変形に対して、鉄筋の軸方向に関する剛性が評価されており、また引張効果の影響を考慮することができるため、局所的な応力の変化を調べることができる。
 - 4) 鉄筋本数ばかりでなく、鉄筋の打設角度の検討も行うことができる。

以上、簡単なシミュレーションによる結果について述べたが、本手法を実際の問題に適用してゆくためには、鉄筋の付着効果を表す係数 α の実験的研究、現場での実測などの検討が必要であらう。

参考文献

- 1) Juran, I.: "Reinforced soil systems-applications in retaining structures-", Proc. 7th Asian regional conf. on SMFE (1983)
- 2) 龍岡文夫・浜田英治: "鉄筋による砂斜面の補強法に関する室内実験 (I-XI)", 生産研究, Vol. 36, No. 10-Vol. 37, No. 9 (1984-1985)
- 3) Jewell, R. A. and Worth, P. C.: "Direct shear tests on reinforced sand", Geotechnique, Vol. 37, No. 1 (1987)
- 4) Kawai, T.: "New element models in discrete structural analysis", 造船学会論文集, No. 141 (1977)
- 5) 近藤一夫: "低次形状関数モデルを用いた梁および平板構造に関する研究", 東京大学提出学位論文 (1978)
- 6) 都井裕: "簡易化された要素モデルによる板殻構造解析に関する研究", 東京大学提出学位論文 (1979)
- 7) 渡辺正明: "離散化モデルと二三の船舶工学の基礎的問題への応用に関する研究", 東京大学提出学位論文 (1980)
- 8) 都井裕: "鋼構造の離散化極限解析", 培風館 (1990)
- 9) 竹内則雄: "離散化モデルによる地盤基礎の極限解析法に関する基礎的研究", 東京大学提出学位論文 (1982)
- 10) 竹内則雄: "地盤力学における新しい計算力学的アプローチ", コンピュートロール, コロナ社, No. 8 (1984)
- 11) Takeuchi, N. and Kawai, T.: "On a limit analysis of soil and rock foundations by means of the discrete element model", Proc. 13th World Cong. on Comp. and App. Math., Vol. 4. (1991)

- 12) 竹内則雄：“地盤力学における離散化極限解析”，培風館（1991）
- 13) 川井忠彦他：“鉄筋コンクリート構造物の離散化極限解析”，生産研究，Vol. 38, No. 4（1986）
- 14) 上田真稔他：“引張・圧縮破壊を考慮した RC 構造物の離散化極限解析”，構造工学論文集，Vol. 36A（1990）
- 15) 竹内則雄他：“RBSM を用いた鉄筋コンクリートコーベルの耐荷力について”，構造工学における数値解析シンポジウム論文集，Vol. 16（1992）
- 16) Zienkiewicz, O. C. : “The Finite Element Method in Engineering Science” , McGraw-Hill (1971)
- 17) Brebbia, C. A. : “The Boundary Element Method for Engineers” , Pentech Press (1978)
- 18) Cundall, P. A. : “A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems” , Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mech. , Nancy (1971)
- 19) Shi, G. H. and Goodman, R. E. : “Generalization of two dimensional discontinuous deformation analysis for forward modelling” , Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 13, (1989)
- 20) Goodman, R. E. : “Method of Geological Engineering in Discontinuous Rocks” , Wesh Publishing (1976)
- 21) Ngo, D and Scordelis, A. C. : “Finite element analysis of reinforced concrete beams” , Am. Concr. Inst. J. , Vol. 64, No. 3 (1967)
- 22) Kawamoto, T. and Takeda, N. : “An analysis of progressive failure in rock slope” , 3rd Int. Conf. on Num. Meth. in Geomechanics (1976)
- 23) Tamura, T. et al. : “Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method” , Soil and Foundations, Vol. 24, No. 1 (1984)
- 24) 岸野佑次：“新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的解析”，土木学会論文集，NO. 406 (III-11) (1989)
- 25) 竹内則雄・川井忠彦：“新離散化極限解析の誤差評価について”，日本鋼構造協会第 15 回大会研究集会マトリックス解析法研究発表論文集（1981）
- 26) 川井忠彦編：“物理モデルによる連続体力学諸問題の解析”，生研セミナーテキスト，東京大学生産技術研究所（1979）
- 27) Toi, Y. and Yoshida, S. : “Numerical simulation of nonlinear behaviors of two dimensional Block structures” , Computer Structures, Vol. 41 (1991)
- 28) 川井忠彦・竹内則雄：“離散化極限解析プログラミング”，培風館（1990）
- 29) Yoshinaka, R. et al. : “Experimental study on the rock bolt reinforcement in jointed rock mass” , Rock Mech. and Power Plant (1988)
- 30) 山田嘉昭：“塑性・粘弾性”，培風館（1980）