

# 学力偏差値と性格偏差値の導入 (Ⅱ)

——性格偏差値とその総合化——

佐藤良一郎\*・宇喜多義昌\*\*・小野英夫\*\*\*

## 1. はじめに

明星大学研究紀要-理工学部-第21号で、表記題目 (I) として性格偏差値の導入の発表をした。すなわち、性格とは一応 (積極性、明朗性、協調性、計画性、自主性、社交性、耐久性、誠実性、研究心、責任感) を総合したものとし、各個人につき積極性偏差値、明朗性偏差値、等々の各項目について偏差値を求めた、例えば積極性偏差値の導入では、各個人の積極性の絶対評価は困難であるが、集団の中での A 氏の積極性の順位は研究紀要21号の小文で示したように比較的容易である。したがってその累積相対度数 (これを  $C.R(A)$  とかく)、この  $C.R(A)$  から偏差値  $y$  を次の式で決定する。

$$C.R(A) = F_{N(50, 10^2)}(y) \iff y = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(C.R(A)) \quad \cdots (1)$$

ここに、 $F_{N(50, 10^2)}(y)$  は、平均 50、分散  $10^2$  の正規分布をなす確率変数  $Y$  の累積分布関数である。他の明朗性、協調性等の 9 項目についても同様に偏差値を求めることを提唱した。

本文第 2 節で、某大学同一ゼミ学生 15 人につき積極性、明朗性、社交性、誠実性、研究心の 5 項目につき各人の偏差値を求め、その調査結果を発表する。

第 3 節では、上記 5 項目を、独立変量となる新性格値に変換するために主成分分析を行い、実験データにもとづく新性格値ベクトル (主成分ベクトル) を検討する。

第 4 節では主成分の情報量をもとにして、特に第一主成分は外面的活動性を表す量、第二主成分は内面的充実性を表す量とみられ、この 2 次元ベクトルは各人の性格が集約されることを示す。この実験データの解析計算は昭和大学医学部増田文夫氏、東京理科大学理学部二部東農児講師、松本年男氏の計算によるものである。

## 2. 実験データからの性格偏差値

某大学四学年で同一ゼミ学生 15 人につき、性格項目のうちの 5 項目。

積極性 ( $x$ )、明朗性 ( $y$ )、社交性 ( $z$ )、誠実性 ( $u$ )、研究心 ( $v$ ) の偏差値を、1 の (1) にもとずき

$$x = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(\text{積極性 } C.R.)$$

$$y = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(\text{明朗性 } C.R.)$$

$$z = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(\text{社交性 } C.R.)$$

$$u = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(\text{誠実性 } C.R.)$$

$$v = F_{N(50, 10^2)}^{-1}(\text{研究心 } C.R.)$$

\* 明星大学名誉教授

\*\*\* 一般教育教授 数学

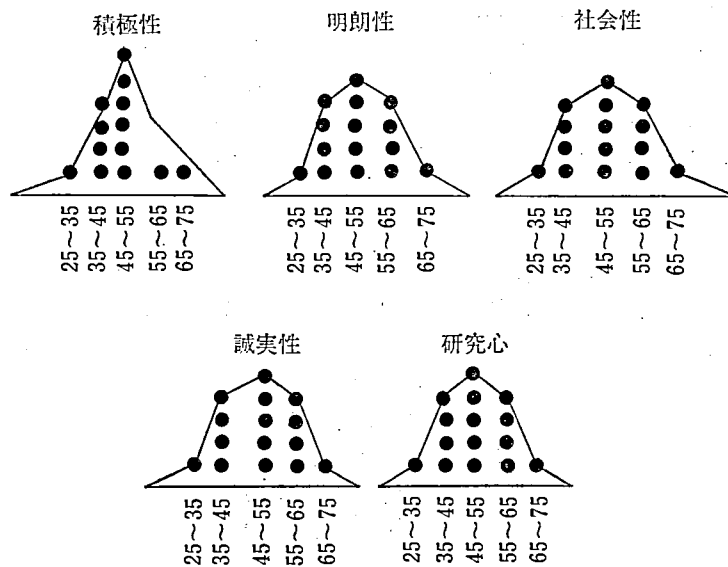
\*\* 一般教育教授 数学

を求め、15人の小集団での  $C.R$  であるために各人偏差値に起きる誤差を小修正した結果が次の表である。

○実験例 (同一ゼミ大学生 15 人) (表 1)

個 人	積 極 性	明 朗 性	社 交 性	誠 実 性	研 究 心
1)	48.4000	63.6600	49.2700	63.6600	44.1000
2)	44.1000	38.7600	37.2500	47.5300	50.1000
3)	58.4000	45.9000	47.5300	45.9000	73.4000
4)	48.4000	56.8000	56.8000	44.1000	33.3600
5)	45.9000	43.2000	45.9000	73.4000	63.6600
6)	51.8000	48.4000	50.9000	50.1000	50.1000
7)	41.1000	43.2000	44.1000	58.5300	55.0000
8)	61.1300	52.7000	52.7000	41.1000	58.0300
9)	66.7700	50.9000	63.6600	33.3600	52.7000
10)	66.7700	73.4000	73.4000	50.1000	42.1000
11)	33.3600	48.4000	41.1000	55.0000	40.5000
12)	55.0000	58.5300	58.5300	56.8000	58.0300
13)	37.2500	38.7600	33.3600	37.2500	37.2500
14)	51.8000	55.0000	55.0000	41.1000	46.7000
15)	41.1000	33.3600	41.1000	52.7000	46.7000
Mean	50.0853	50.0646	50.0400	50.0420	50.1153
S. D.	10.1520	10.4545	10.4961	10.4916	10.5014

この各項目別の分布は、次の図表で示される。



また不偏分散共分散行列はつぎの通りである。

不偏分散共分散行列 (表 2)

103.0632	63.7013	89.8797	-36.2238	36.9966
63.7013	109.2977	90.7500	2.9245	-22.3786
89.8797	90.7500	110.1684	-17.6094	-0.1160
-36.2238	2.9245	-17.6094	110.0737	25.4691
36.9966	-22.3786	-0.1160	25.4691	110.2806

これから見通されるように積極性 ( $x$ ) と明朗性 ( $y$ ) と社会性 ( $z$ ) の 2 項目間には順相関が強いこと、またこれら 3 項目のいずれも、誠実性、研究心とは余り相関はみられない、しかも積極性と誠実性は弱い逆相関がみられ、明朗性と研究心についても弱い逆相関の傾向がみられることに注意しておく。

これ等は我々教員が経験的に知っているこの 5 項目の性格間の関連性と一致する。

このことから単純に性格 5 項目偏差値の和をもって総合性格値とするのは不適当である。

そこで各人の性格 5 項目値 (偏差値) を変換して、新性格項目をつぎの要領で作成する。

(1) 新性格項目間の共分散を 0 とする (相関係数を 0 とする) ようにつくる。

(2) 新性格項目の各分散を求め分散の大きさの順序に第一主成分、第二主成分、…、第五主成分と一応呼ぶことにする。

この方法を数理統計学では主成分分析という。

### 3. 性格 5 項目値の主成分分析

No. 1 の学生の性格 5 項目値 ( $x_1, y_1, z_1, u_1, v_1$ ) を  ${}^t\mathbf{x}_1$  ベクトル、No. 2 の学生の性格 5 項目値 ( $x_2, y_2, z_2, u_2, v_2$ ) を  ${}^t\mathbf{x}_2$  とし、以下 No. 15 の学生の性格 5 項目値 ( $x_{15}, y_{15}, z_{15}, u_{15}, v_{15}$ ) のベクトル  ${}^t\mathbf{x}_{15}$  にいたる。すなわち、( $x_i, y_i, z_i, u_i, v_i$ ) =  ${}^t\mathbf{x}_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, 15$ )。

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{15}$  の分散共分散行列は

$$\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) \equiv S \quad \dots\dots (3.1)$$

ここに

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \mathbf{x}_i \text{ (平均ベクトル)}$$

であり、これを表 1 にもとずき計算したものが表 2 である。

いま旧性格 5 項目ベクトル  $\mathbf{x}$  から、新性格 5 項目ベクトル  $\mathbf{y}$  への直交変換を考える。

$$\mathbf{y}_i = {}^t\mathbf{a}_i \mathbf{x} \quad (i=1, 2, \dots, 5), \quad \longleftrightarrow \mathbf{y} = {}^t\mathbf{A} \mathbf{x} \quad \dots\dots (3.2)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5]$$

ここに  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_5$  はいずれも 5 成分ベクトルで、

(i)  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_5$  は互に直交する単位ベクトルである

(ii)  $\mathbf{a}_i$  は、 $\lambda$  を未知数とする行列方程式

$$[S - \lambda I] = 0 \text{ (固有方程式という)}$$

の解  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  (いま  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4 \geq \lambda_5$  とする) の  $\lambda_i$  に対応する ( $\lambda_1, \dots, \lambda_5$  を固有根という)

$$(S - \lambda_i I)$$

を係数行列とする次の連立方程式の解ベクトル (単位ベクトル) である。すなわち

$$(S - \lambda_i I)a = 0 \rightarrow a = a_i \quad \dots\dots(3.3)$$

これ等  $a_i$  ( $i=1, 2, \dots, 5$ ) を固有ベクトルという。

(3.1) の  $S$  の実現行列表 2 をつかい固有根  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  を求めたものが、次の表(3)である。

(表 3)

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$
276.4981	137.2913	111.9871	12.8753	4.2319
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
0.5550	0.2109	-0.2871	0.1292	0.7404
0.5368	-0.1104	0.4375	-0.7085	-0.0775
0.6110	0.0093	0.1093	0.5860	-0.5206
-0.1722	0.4874	0.7803	0.2480	0.2495
0.0244	0.8400	-0.3243	-0.2760	-0.3351

表(3)は  $a_1, a_2, \dots, a_5$  の固有ベクトルも示してある。したがってこれから第一主成分  $y_1$ , 第二主成分  $y_2, \dots$ , 第五主成分  $y_5$  の算出式は

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 0.5550x + 0.5368y + 0.6110z - 0.1722u + 0.0244v \\ y_2 &= 0.2109x - 0.1104y + 0.0093z + 0.4874u + 0.8400v \\ y_3 &= -0.2871x + 0.4375y + 0.1093z + 0.7803u - 0.3243v \\ y_4 &= 0.1292x - 0.7085y + 0.5860z + 0.2480u - 0.2760v \\ y_5 &= 0.7404x - 0.0775y - 0.5206z + 0.2495u - 0.3351v \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3.4)$$

この (3.4) 式にしたがって、15 人の学生の新性格 5 項目値を求めると、

表 4

学生 No.	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
1)	81.2579	71.7097	54.7184	-6.3615	6.3541
2)	61.0841	70.6193	29.2100	-1.9748	5.3228
3)	79.9867	91.7202	20.5229	-5.9969	1.7881
4)	85.2841	53.9815	40.7609	1.0261	1.6838
5)	65.6267	94.5895	47.3706	2.8540	3.7194
6)	78.4317	72.5582	34.7157	0.8270	3.8111
7)	64.2129	79.0376	39.7576	-0.1187	0.2937
8)	88.7633	76.3422	24.5200	-4.3799	4.5442
9)	98.8282	69.5826	19.0010	3.5996	3.0085
10)	113.7160	66.4432	46.4126	0.4425	3.9234
11)	61.1290	62.9018	45.8760	-3.4349	-0.2994
12)	89.3481	82.1122	41.7199	-1.9929	0.4364
13)	56.3621	53.3332	26.8977	-4.1425	4.0175
14)	85.9480	64.6242	32.1321	-2.7403	0.0578
15)	57.8987	70.2828	33.2667	5.9408	3.9460

(3.4) の変換で、 $x_1, x_2, \dots, x_{15}$  を  $y_1, y_2, \dots, y_{15}$  に変換すると、明らかに  $x_1 \dots x_{15}$  の平均ベクトル  $\bar{x}$  は、 $y_1 \dots y_{15}$  の平均ベクトル  $\bar{y}$  に変換される。すなわち

$$\left. \begin{aligned} y_i &= {}^t A x_i \quad (i=1, 2, \dots, 15) \\ \bar{y} &= {}^t A \bar{x} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(3.5)$$

で, (3.5) から次式が成立し

$$[y_1 - \bar{y}, y_2 - \bar{y}, \dots, y_{15} - \bar{y}] = {}^t A [x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_{15} - \bar{x}]$$

これから容易に次の関係をうる。

$$\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (y_i - \bar{y})' (y_i - \bar{y}) = {}^t A \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})' (x_i - \bar{x}) A, \quad \dots\dots(3.6)$$

(3.6) 式の左辺は新性格 5 項目の分散共分散行列で, 右辺は  ${}^t A S A$  である。しかも (3.3) より,

$$\begin{aligned} {}^t a_i S a_i &= \lambda_i \quad (i=1, 2, \dots, 5) \\ {}^t a_i S a_j &= 0, \quad i \neq j, \quad (i, j=1, 2, \dots, 5) \end{aligned}$$

で, (3.6) 式の新性格 5 項目の分散共分散行列表が得られた。

表 5

276.4981	0	0	0	0
0	137.2913	0	0	0
0	0	111.9871	0	0
0	0	0	12.8753	0
0	0	0	0	4.2319

#### 4. 新性格値ベクトル (主成分ベクトル) と総合性格値

前節 (3.4) で, 第一主成分, 第二主成分,  $\dots$ , 第五主成分算出式を求め, 表 5 から

第一主成分の分散  $= S_1 = 276.4981$ ,

第二主成分の分散  $= S_2 = 137.2913$ ,

第三主成分の分散  $= S_3 = 111.9871$ ,  $\sum_{i=1}^5 S_i = 542.8837$ ,

第四主成分の分散  $= S_4 = 12.8753$ ,

第五主成分の分散  $= S_5 = 4.2319$ ,

であった。したがって

$$\begin{aligned} \text{第一主成分の情報量} &= 276.4981 / 542.8837 \\ &\doteq 0.509 \doteq 51\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{第一, 第二主成分の 2 成分までとった情報量} \\ &= 413.7814 / 542.8837 \\ &= 0.7622 \doteq 76\% \end{aligned}$$

第一から第三主成分まででは情報量は約 97% であることが分る。

したがって第一から第三までの主成分の和

$$y_1 + y_2 + y_3$$

でもって 5 項目の性格値の総合化を行い総合性格値とすると良いと思われる。

また (3.4) から

$$\begin{aligned} y_1 &\doteq 0.56x + 0.54y + 0.61z - 0.17u \\ y_2 &\doteq 0.21x - 0.11y \quad + 0.49u + 0.84v \end{aligned}$$

と見られるから

第一主成分  $y_1$  は, 積極性, 明朗性, 社会性値の同じ程度の加重和から誠実性値の加重

を 0.17 として減じた数値であることから

#### 外面的活動性

を表す数値とみられる。また

第二主成分  $y_2$  は誠実性特に研究心の二つの偏差値が強く加重して表される量であることから

#### 内面的着実性（内面的充実性）

を表す数値とみられる。

したがって性格によって就職の採否や、職場配置を決めるときは、 $y_1$  のみの比較によって、また  $y_2$  のみの比較検討によって決定を行うことも考えられる。

### 5. 結 び

本文は性格といわれる各項目を数量化した場合に各項目の量には相関が表れるものである。これ等を独立変量項目に直すために主成分分析を行った。その変換された独立変量を総合して総合性格値とすることを提唱した論文である。これを実験値に従って説明した。

性格（10項目）の総合化のため決定的な第一、第二の主成分算出式を求めるためには、更に沢山な個人について同様な解析を行わなければならない。

本論文と先行論文とともに、明星大学昭和60年度特別研究助成費による助成を受けました。また参考図書論文は下記の通りである。

#### 参考文献

1. 宇喜多義昌外，学力偏差値と性格偏差値の導入（1）明星大学研究紀要 No. 21, 1985.
2. Anderson, An Introduction to Multivariate Statistical Analysis 2nd Wiley 1984.
3. Morrison, Multivariate Statistical Methods, Second Edition, McGraw-Hill 1976.
4. Arnold, The Theory of Linear Models and Multivariate Analysis, Wiley 1981.
5. 奥野忠一外：多変量解析法 日科技連 1971.
6. 奥野忠一外：統多変量解析法 日科技連 1976.