

## 中央に一円孔を有する引張り帯板の応力集中緩和について

梶島 郁雄・緒方 正幸

### (1) まえがき

一つの円孔をもつ帯板における応力集中については理論計算や実験がいろいろと試みられている。しかしながら応力集中緩和の問題についてはまだ不十分であり、しかも材料の破壊が応力集中と関連をもっているとすればその応力集中を緩和するにはその材料での応力集中の原因となる要素の位置、向き、及び要素そのものの形状などが考慮の対象となるがさらに積極的に応力集中を緩和する方法としては、付加要素を設けたり、充てん法、肉付け法、削去法などがある。ここでは応力集中緩和のために形状が簡単で工作が容易な円孔を付加要素として緩和の対象とした。

実験は中央に一円孔を有する引張り帯板に引張り方向に対称に二個の円孔を付加して円孔列を作り、この円孔によって元の円孔縁に起る応力集中を緩和する事を、円孔間の中心間距離（ピッチ：P）、付加円孔の大きさ（ $2\rho'$ ）、板巾（ $2B$ ）、の変化について系統的に光弾性実験を行なった。

### (2) 記号

$2B$	: 試験片の板巾	[mm]
$2\rho$	: 元円孔の直径	[mm]
$2\rho'$	: 付加円孔の直径	[mm]
$P$	: 元円孔と付加円孔との中心間距離	[mm]
$t$	: 試験片の厚さ	[mm]
$W$	: 負荷荷重	[kg]
$N$	: フリンジ次数	
$\sigma$	: 主応力	[kg/mm <sup>2</sup> ]
$\sigma_0$	: 基準応力	[kg/mm <sup>2</sup> ]
$\alpha$	: 光弾性感度	[mm/kg]
$d$	: 光弾性感度測定円盤の直径	[mm]
$k$	: 応力集中率	
$k_A$	: 元円孔の応力集中率 (A点)	
$k_{A'}$	: 付加円孔の応力集中率 (A'点)	
$k_0$	: 一元孔の応力集中率 (近似計算による)	

### (3) 試験方法

試験装置は視野直径 300mm の大型光弾性装置を使用する。これを用いて次の様な順序で実験を行なった。

まず板巾（ $2B$ ）中央に直径  $2\rho$  の元の円孔に直径の等しい直径  $2\rho'$  なる小円孔を引張

り方向に対称に付加して、① 元の円孔と付加円孔との中心間距離 ( $P$ ) を一定として、付加円孔の直径を変化させる、次にこれとは逆に、② 付加円孔の直径 ( $2\rho$ ) を一定として

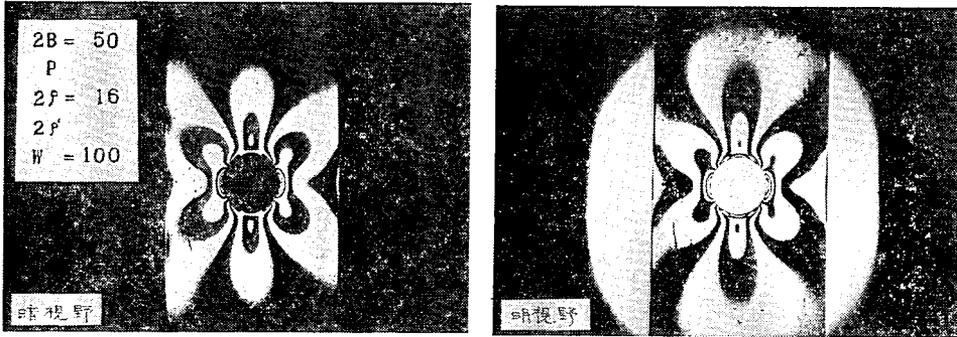


写真-1

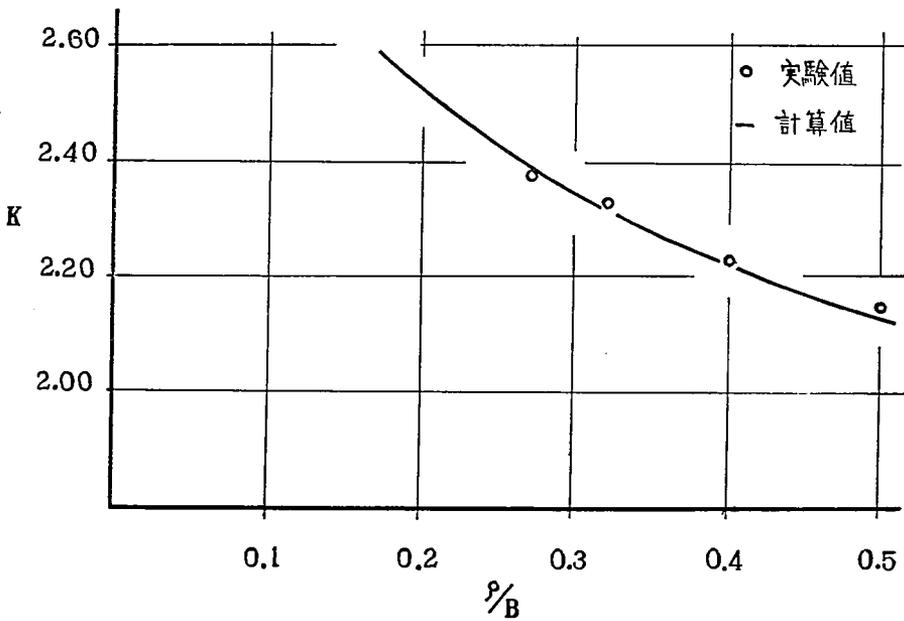


図-1

元の円孔との中心間距離を数種類変えた場合、③ ①及び②について板巾と元の円孔との直径との比を種々変化させた。この①, ②, ③の条件において試験片に引張り荷重を加えて、暗視野、明視野、のそれぞれ縮写真を撮影し縮次数はそのネガフィルムによって0.5次を単位として投影機に写して測定し図式外挿法にて円孔縁における縮次数を決定した。

図式外挿法については、中央に一個の円孔をもつ有限板が引張り荷重を受ける場合の応力集中率Kを実験より導き出した値と Howland の近似計算より計算して得た値とを比較した。

$$\text{近似計算値 (Howland)} \quad K_0 = 2 + \left( \frac{B-\rho}{B} \right)^3$$

$$\text{実験値} \quad K_0 = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} = \frac{\frac{N_{\max}}{\alpha t}}{\frac{W}{2(B-\rho)t}} = \frac{2(B-\rho)N_{\max}}{\alpha \cdot W}$$

表-1

2B (mm)	2ρ (mm)	ρ/B	近似計算値	実験値	誤差(%)
60	16	0.27	2.39	2.38	-0.4
50	16	0.32	2.31	2.33	0.9
40	16	0.40	2.22	2.23	0.5
32	16	0.50	2.13	2.15	0.9

表-2

	円孔間の距離 P (mm)				
	16	18	20	22	24
付加円孔の直径 2ρ' (mm)	8	8	8	8	8
	10	10	10	10	10
	12	12	12	12	12
	14	14	14	14	14
	14	14	14	14	14

その結果、実験値と近似計算値との誤差が1%以内であったのでこの図式外挿法でも十分精度の高いものとして用いた。

#### (4) 試験片

試験片はアラルダイト B と硬化剤 901 (エポキシ樹脂) を溶融注型された平板を用いる。次にフライス盤、エンドミルを用いて試験縁を仕上げる。そして、直立ボール盤により中心に直径  $2\rho$  なる元の円孔をあけ、次に付加円孔 (直径  $2\rho'$ ) を2個あけて、図-2の如く仕上がった試験片は初期応力を除去する為に焼なましを行なう。

試験片の寸法、形状は、図-2、表-2、による。

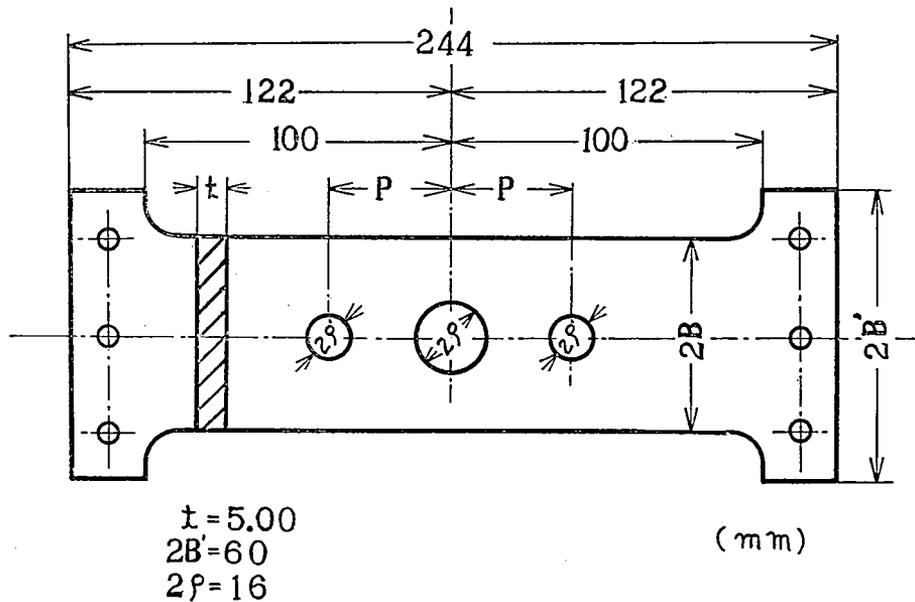


図-2

#### (5) 基準応力、最大応力の決定

応力集中率は平板の最小断面積の平均応力を基準応力 ( $\sigma_0$ ) とし、平板に作用する最大応力を  $\sigma_{\max}$  とすれば応力集中率  $K$  は次式で示される。

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0}$$

ここで

$$\sigma_0 = \frac{W}{2(B-\rho)t}$$

一方、半径  $\rho$  の円孔縁の最大応力を  $\sigma_A$  とし、又半径  $\rho'$  の円孔縁の最大応力を  $\sigma_{A'}$  とすれば、主応力 ( $\sigma$ ) と繰回数 ( $N$ ) との間には次の関係がある。

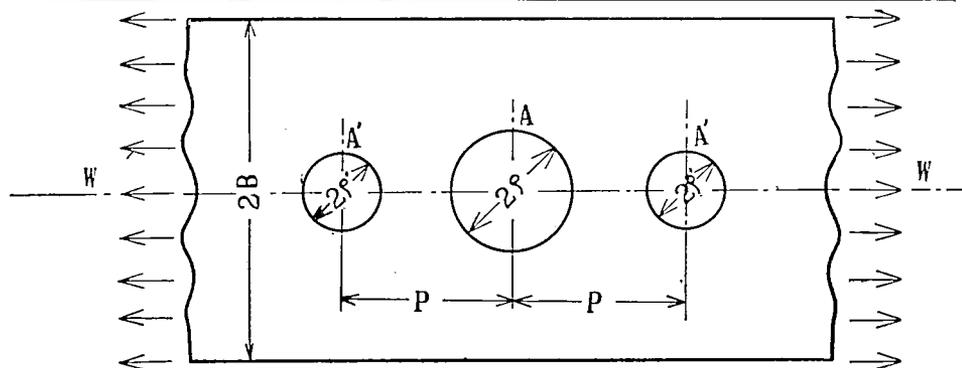
$$\sigma = \frac{N}{\alpha t}$$

ここで  $\alpha$  (光弾性感度) は 1.052 である。

(同一材料により円盤を取り決定した)

表—3

2 B	2 $\rho'$	2 $\rho$	P									
			16		18		20		22		24	
			$K_A$	$K_{A'}$								
60	8	16	2.263	1.357	2.212	1.432	2.089	1.397	2.178	1.588	2.198	1.655
	10		2.132	1.541	2.093	1.513	1.975	1.567	2.057	1.647	2.041	1.683
	12		2.103	1.707	2.057	1.710	1.945	1.753	1.993	1.747	1.911	1.709
	14		1.915	1.859	1.886	1.877	1.770	1.775	1.840	1.876	1.831	1.847
	16		—	—	—	—	—	—	1.760	2.044	1.704	2.066
50	8	16	2.078	1.254	2.038	1.302	1.965	1.234	2.051	1.371	2.046	1.431
	10		1.919	1.354	1.921	1.357	1.913	1.392	1.982	1.556	1.949	1.566
	12		1.881	1.524	1.863	1.508	1.843	1.551	1.884	1.666	1.896	1.739
	14		1.779	1.634	1.711	1.695	1.662	1.697	1.739	1.796	1.726	1.762
	16		—	—	—	—	—	—	1.578	1.895	1.634	1.911
40	8	16	1.944	1.115	1.964	1.081	1.965	1.104	1.932	1.244	1.930	1.244
	10		1.843	1.287	1.843	1.238	1.913	1.279	1.860	1.434	1.885	1.441
	12		1.809	1.412	1.276	1.420	1.843	1.427	1.869	1.566	1.793	1.600
	14		1.602	1.609	1.622	1.585	1.662	1.605	1.958	1.663	1.733	1.718
	16		—	—	—	—	—	—	1.482	1.792	1.609	1.886
32	8	16	1.824	0.888	1.856	0.857	1.752	0.867	1.791	0.972	1.824	1.008
	10		1.720	1.059	1.777	1.043	1.673	1.023	1.769	1.134	1.720	1.172
	12		1.618	1.196	1.665	1.196	1.641	1.277	1.681	1.336	1.657	1.335
	14		1.539	1.364	1.526	1.454	1.498	1.422	1.553	1.506	1.602	1.497
	16		—	—	—	—	—	—	1.356	1.669	1.451	1.728



图—3

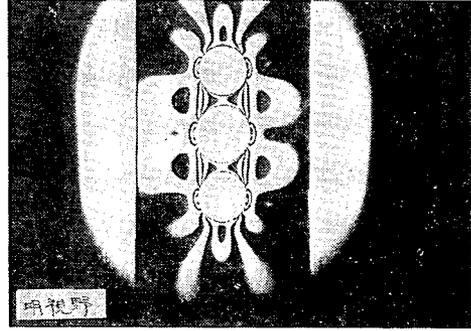
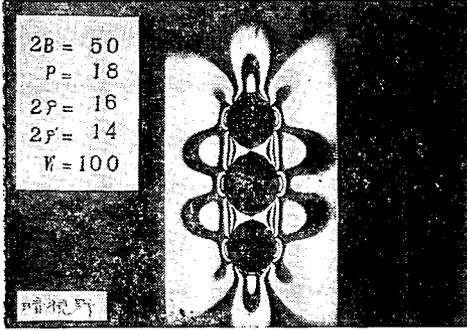


写真 2

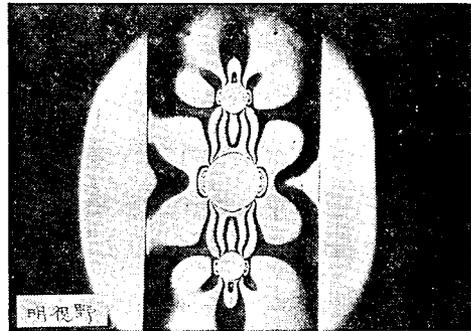
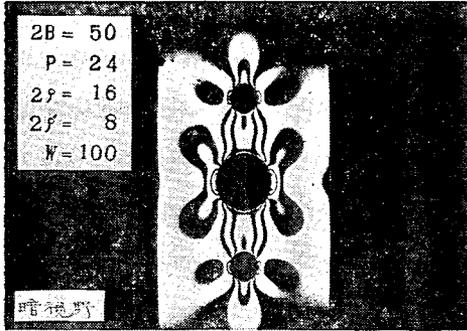


写真 3

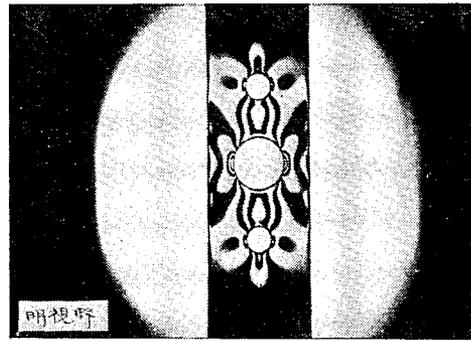
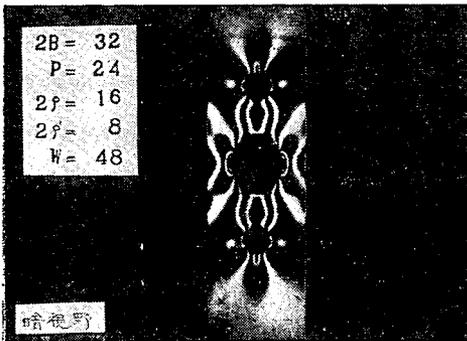


写真 4

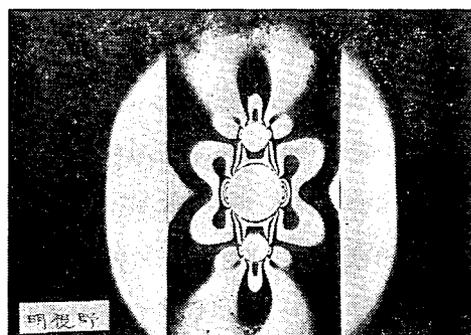
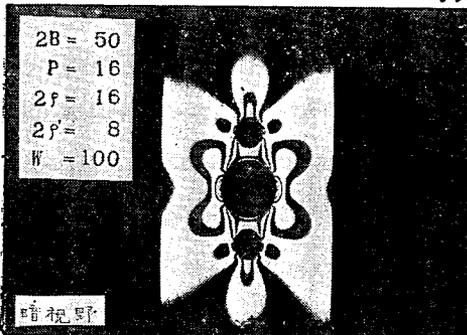


写真 5

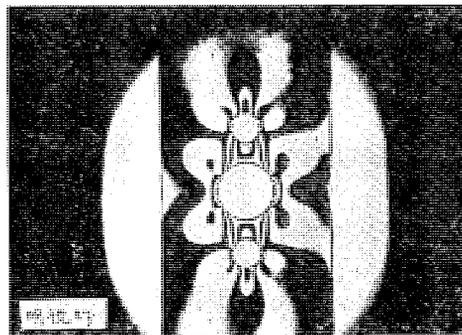
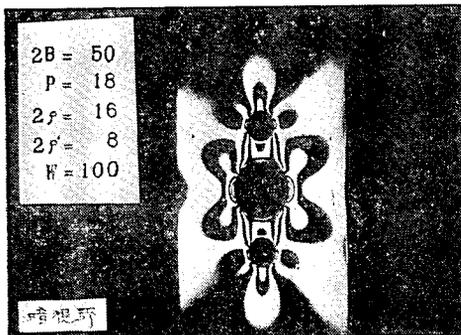


写真 6

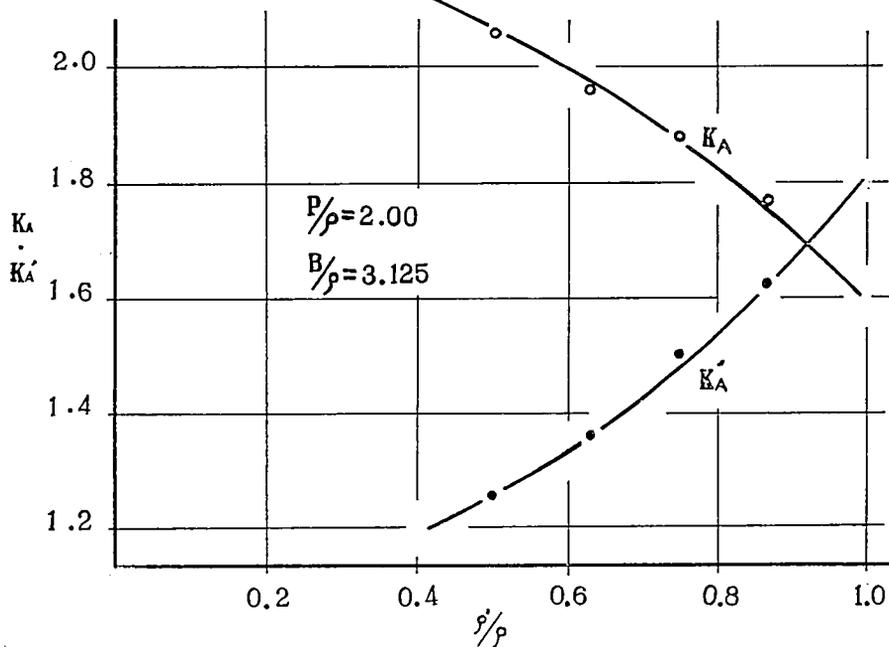


図-4

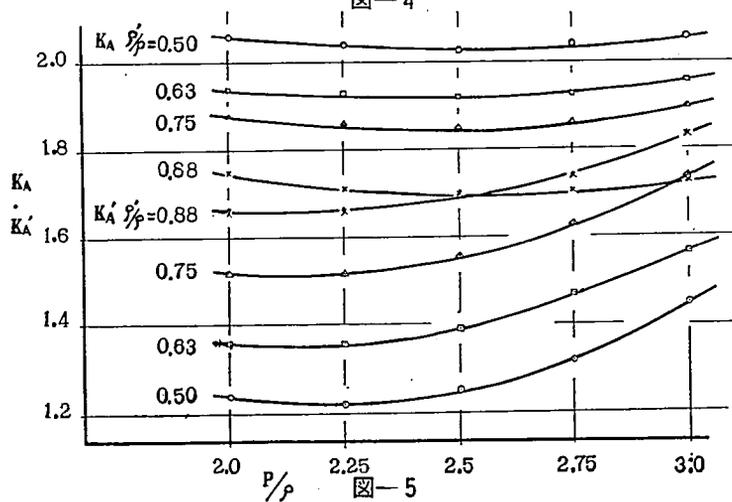


表-4

$B/\rho$	$P/\rho$	$\rho'/\rho$	$K_A$	$K_A/K_0$
2.00	2.00	0.955	1.48	0.705
	2.25	0.925	1.54	0.700
	2.50	0.905	1.50	0.700
	2.70	0.895	1.54	0.715
	3.00	0.885	1.56	0.728
2.50	2.00	0.905	1.60	0.733
	2.25	0.890	1.60	0.720
	2.50	0.885	1.59	0.720
	2.75	0.880	1.64	0.730
	3.00	0.875	1.67	0.745
3.00	2.00	0.905	1.74	0.755
	2.25	0.885	1.72	0.740
	2.50	0.875	1.67	0.735
	2.75	0.865	1.73	0.745
	3.00	0.855	1.74	0.757
3.50	2.00	0.885	1.85	0.785
	2.25	0.865	1.83	0.763
	2.50	0.855	1.76	0.755
	2.75	0.845	1.81	0.763
	3.00	0.830	1.82	0.775
4.00	2.00	0.900	1.96	0.808
	2.25	0.880	1.89	0.787
	2.50	0.870	1.88	0.780
	2.75	0.850	1.91	0.785
	3.00	0.840	1.91	0.798

繰り回数 $N$ は各々の円孔の左右の2ヶ所に発生する最大繰り回数を測定して平均値をとった。その端数は前記の様な図式外挿法を用いて決定する。

#### (6) 結果並びに考察

表-2の様に、ピッチ( $P$ )を5種類、付加円孔の直径( $2\rho'$ )を5種類、板巾( $2B$ )を4種類に変化させ引張り荷重を加える。そしてそれぞれの元の円孔縁と付加円孔縁との

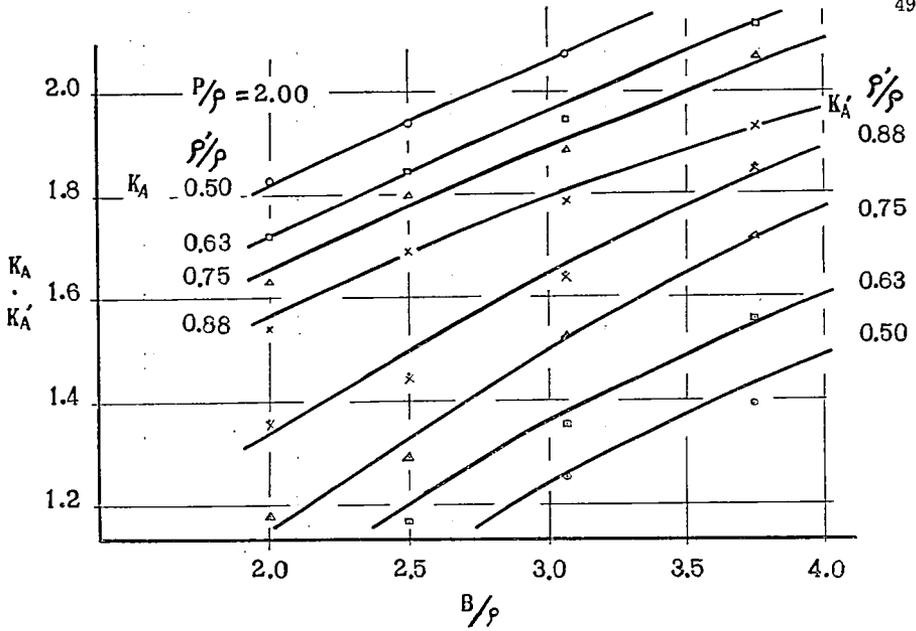


図-6

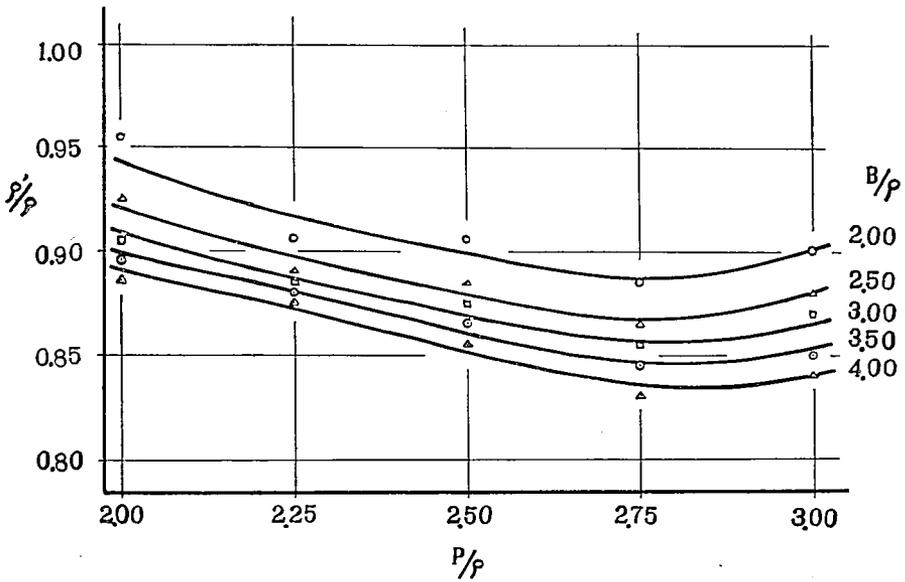


図-7

測定した最大フリンジ次数  $N$ ,  $N'$  計算された応力集中度  $K_A$ ,  $K_A'$  とすると表-3 の様になる。又得られた光弾性写真を写真 2~6 に示す, ここで  $2\rho$  はすべて 16mm である。

測定結果より①ピッチを一定として, 付加円孔の直径を変えパラメータを  $B/\rho$  にとった場合の  $K_A$ ,  $K_A'$  を図-4 に, ②付加円孔の直径を一定としての元の円孔と付加円孔とのピッチを変えパラメータを  $\rho/\rho'$  にとった場合の  $K_A$ ,  $K_A'$  を図-5 に, ③ピッチを一定として板巾と元の円孔との直径比を変えた場合の  $K_A$ ,  $K_A'$  を図-6 にそれぞれ示す。

図-4 で示されている様にこの場合  $K_A$  の値は  $\rho'/\rho$  が大きくなるに従って減少し, 又

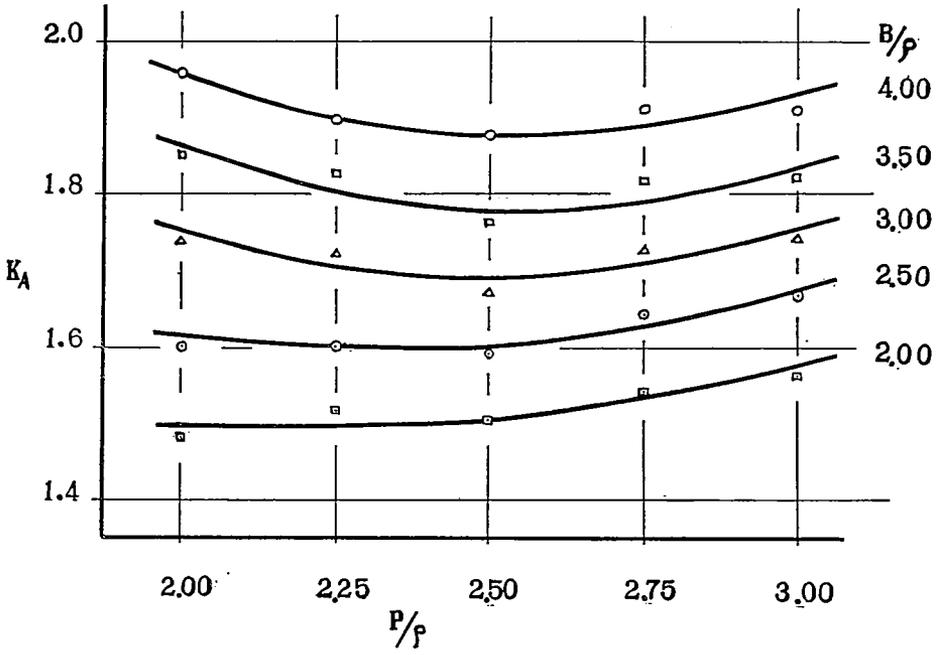


图-8

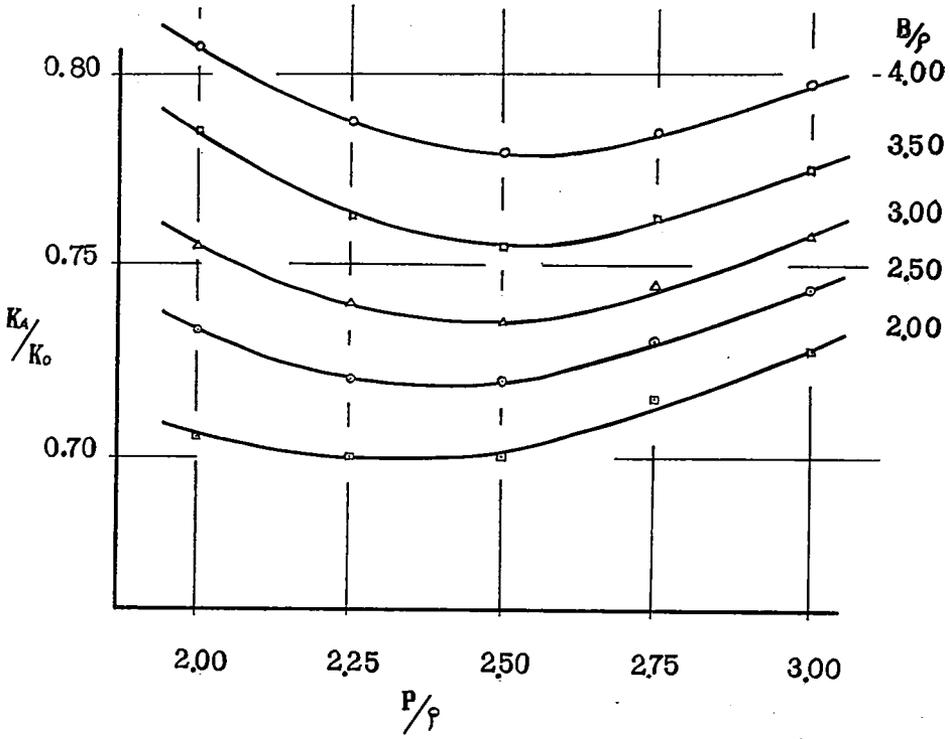


图-9

$K_A'$  は逆に  $\rho'/\rho$  が大きくなるに従って増加する傾向を示す。これは、応力集中が徐々に付加円孔の方に移動している事を示す。ここで  $K_A$  と  $K_A'$  との曲線の交点（すなわち元の円孔縁の応力集中率と付加円孔縁の応力集中率とが同じ値を示す点）が応力集中緩和上最も有利な時であると考えられる。同様にピッチ、付加円孔の直径、板巾の条件をそれぞれ変化させて得られた  $K_A=K_A'$  なる時の  $B/\rho$ ,  $P/\rho$ ,  $K_A$ ,  $K_A/K_0$  の値をまとめて、表-4, 図-7, 8, 9 に示す。

ピッチについては小さい程応力集中を低下させるのに有利である。ピッチが大きくなると要素列としてではなくもはや各要素が独立して応力の集中を起こして付加減素の効果が要る。図-7 においては板巾、ピッチによって  $K_A=K_A'$  なる時の  $\rho/\rho'$  を決定出来る。 $\rho/\rho'=0$  の場合は元円孔のみであるので 1 なる値を示す。又  $P/\rho=\infty$  のときは元円孔の応力集中値が単独の場合と同じであるので各々の一円孔の時の元円孔との比になる。付加円孔の大きさはピッチが同じであれば板巾が大きくなるに従って元円孔との割合は小さくなる。この傾向は板巾が変化しても同様である。その場合の元円孔の応力集中率を示すのが図-8 であり、又、元円孔が付加円孔のない一円孔の時の応力集中率との比を示しているのが図-9 である。

#### (7) むすび

以上の実験結果により

- ① ピッチについては元円孔の約 2.75 倍位
- ② 付加円孔の大きさについては元円孔の 85~90% 位
- ③ 板巾については元円孔との比が小さい方が緩和率が高い様であった。

又これからの課題としては実験範囲を広げる一方、付加円孔を今の 2 個から 4 個、6 個と増加した時の緩和について調べ実験公式を求めたい。

#### (付記)

この実験は筆者の一人緒方正幸が工学院大学専攻科において湯浅亀一教授指導のもとで行なったものを本学にて取りまとめたものである。最後に湯浅先生に感謝の意を表します。

#### 参考文献

光弾性一般

1. 材料力学(中) 湯浅亀一著 コロナ社
2. Photoelasticity(Vol. 1, Vol. 2) M. M. Frocht John Wiley & Sone

応力集中

3. 応力集中 西田正孝著 森北出版
4. On the Stress in the Neighbourhood of Circular Hole in a Strip under tension by R. C. J. Howland.
5. Stress Concentrations Produced by Multiple Semi Circular Notches in Infinite Plate Under Uniaxial State of Stress by A. J. Durelli, R. L. Lake and E. Phillips S. E. S. A Vol. 10 No. 1 1952