

水平水路における跳水の基礎的研究

—一定常跳水の跳水長について—

川 端 猛

緒 言

水門の開口から流出する流れやダムを越流した流れは一般に射流であって、このような流れが下流の常流と出合うところでは渦によって流れが急激に遷移する。この現象を跳水 (Hydraulic jump) といい流れが射流から常流に変わるところでは例外なく現われる。

跳水の応用は多方面に亘っている。Chow によると

- (1) ダム、堰、その他の水理構造物を越流する水のエネルギーを減らして構造物の下流側の洗掘を防止する。
- (2) 測水用フリュームの下流側の水頭を回復し水位を高めて、灌漑、その他配水用の水路における水位を保持する。
- (3) 水叩きの上の水深を高めて水叩きにかかる重量を増加し、構造物に作用する揚圧力を減らす。
- (4) 下流で跳水が潜ってしまうようにすると、有効水頭がへるので下流水位を抑制して水門の流量を増加する。
- (5) 射流や測水地点を設けられるように支配断面ができる特殊な流れの状態をつくる。
- (6) 水の浄化に用いる薬品を混和する。
- (7) 上水道における曝気
- (8) 給水管中の空気を除いて流れを滑らかにする。

等がある。

1818年にイタリアの Bidone が跳水の実験的研究を行って以来、Bélanger, Bresse, Darcy, Safranez, Einwachter, Smetana, Bakhmeteff, Kindsvater, Ludin, Woycick 等の研究者が従事してきた。

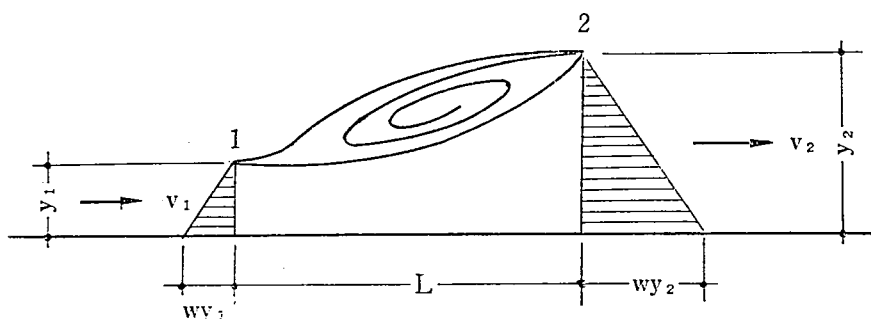
我が国でも永井莊七郎 岩崎敏夫、椿東一郎をはじめ多数の研究者が寄与している。

このような跳水現象のうちで、水叩き等の設計に必要な要素である跳水の表面渦の長さは流れの流速分布等を仮定しない限り、一次解析法では理論的に求められない。そこで本研究においては実験的に表面渦の長さに影響する水理量を測定し、従来の研究と比較し、合せて相互の相関性を追及するものである。

I 跳水の水理

(1) 跳水の水深

図—1 において跳水をはさんで2つの断面 1, 2 を想定する。各々の水深, 流速, 流積を $y_1, y_2, v_1, v_2, a_1, a_2$, とし両断面間に運動量を考えると,



O : 流量一定
水路幅 : b

図 1

$$\left(\frac{w}{g} \cdot v_1^2 + P_1\right)a_1 = \left(\frac{w}{g} \cdot v_2^2 + P_2\right)a_2 \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 1)$$

となる。

ただし P_1, P_2 : 断面 1, 2 における圧力, $P = \frac{1}{2}wyb$

w : 水の単位体積重量, $Q = a_1v_1 = a_2v_2$

q : Q/b : 単位流量

変形すると

$$\frac{y_2^2}{2} - \frac{y_1^2}{2} = \left(\frac{v_1}{g} - \frac{v_2}{g}\right)q \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 2)$$

さらに

$$y_2 = -\frac{1}{2}y_1 + \sqrt{\frac{y_1^2}{4} + \frac{2y_1v_1^2}{g}} \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 3)$$

$\frac{v_1}{\sqrt{gy_1}} = Fr_1$ (断面 1 の Froude 数) を代入し、

$$y_2/y_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{8Fr_1^2 + 1} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 4)$$

(2) エネルギー損失

跳水によるエネルギー損失は跳水前後の比エネルギーの差に等しく、図-1 において断面 1, 2 の比エネルギーを H_1, H_2 とすると

$$\Delta H = H_1 - H_2 = \left(\frac{v_1^2}{2g} + y_1\right) - \left(\frac{v_2^2}{2g} + y_2\right) = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 5)$$

である。

(3) 跳水長 (L) に関する従来の実験式

跳水長は流れの流速分布を仮定しない限り、一次解析法では理論的には求められないので、従来より幾つかの実験式が求められている。著名なものを列挙すると、

㊸ Safranez 式	$L=6y_1F_{r1}$(1・6)
	$L=4.5y_2$(1・7)
㊹ Ludin 式	$L=\frac{y_2-y_1}{\frac{1}{4.5}-\frac{1}{6F_{r1}}}$(1・8)
㊺ Smetana 式	$L=6(y_2-y_1)$(1・9)
㊻ Woycicki 式	$L=\left(8-0.05\frac{y_2}{y_1}\right)(y_2-y_1)$(1・10)
㊼ Bakhmeteff 式	$L=4.8y_2$(1・11)
㊽ 米国開拓局の式	$L=6.9(y_2-y_1)$(1・12)

等がある。

Ⅱ 実験装置及び方法

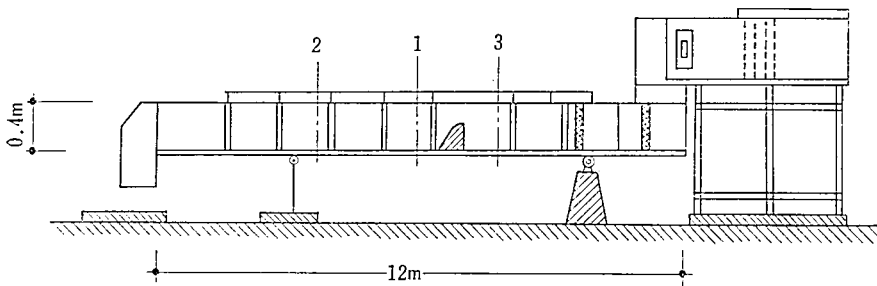


図 2

実験は長さ 12m, 幅 0.4m, 高さ 0.4m の鋼及びガラス製の傾斜可変開水路で水路のほぼ中央に表面をエナメルで塗装し十分に磨いたコンクリート製の堰（高さ21cm）を設置し射流をつくり, 下流側にはゲートを設けて常流をつくり, 2つの流れをぶつけ跳水を発生させた。

流量は上流端に設けられた全幅堰により, 流速及び水深は図一2の断面1, 2, 3でピトー管及びポイントゲージにて測定した。跳水の長さは水路の両側面にスチールテープを接着し測定した。水路の粗度係数はマニング式より $n=0.006$ 程度である。流量, 流速, 水深の精度はかなり高いが跳水の長さはその性質上かなり落ちる。

Ⅲ 実験の妥当性

この種の模型実験では幾何学的条件の他に実物と模型との Froude 数を同一にする必要がある。又水平床に生ずる跳水にはいくつかの異なった型式があるが, この実験では実際に最も生じやすい定常跳水 (Steady jump: $F_{r1}=4.5\sim9.0$) についてのみ行なった。

実験資料の妥当性を吟味するのに(1・4)式

$$y_2/y_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{8F_{r1}^2 + 1} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 4)$$

と実験資料（個数100）の比較をしてみた。

(1・4)式を基として資料を調べると4.5%程度の誤差であり，解析資料として十分に役立つものと推察できる。

Ⅳ 従来の実験式の検討

前記した実験式を実験資料を基に検討することにする。

㊐ Safranez 式

$$L = 6y_1 F_{r1} \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 6)$$

この式は断面1の流速，水深の2つが測定できれば跳水長が求められる簡明な式であるが，当実験資料との差異は16.8%であり，跳水長は当資料より小さめにである。(図-4)

$$L = 4.5y_2 \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 7)$$

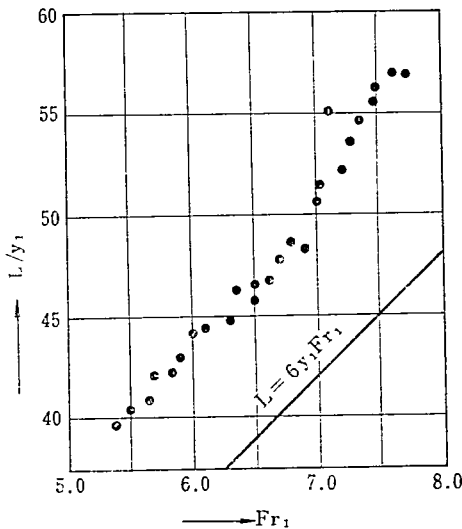


図 4

$$\frac{y_2 - y_1}{L} = \frac{1}{6}$$

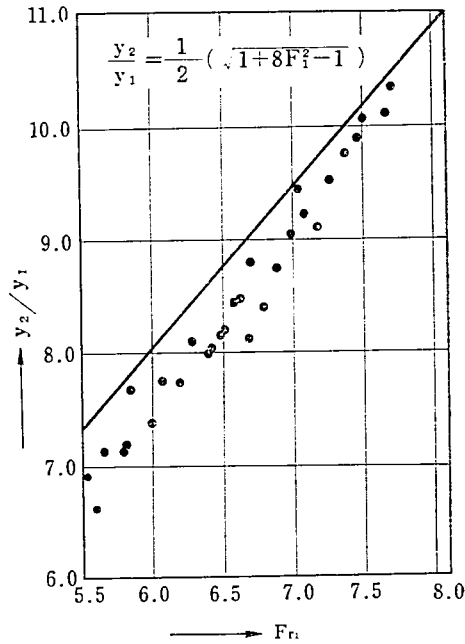


図 3

この式は(1・6)式を改良したもので，常流水深のみの測定で跳水長が求められる簡明な式である。当資料との差異は22.6%で(1.6)式同様跳水長は少なめにである。(図-5)

㊑ Ludin 式

$$L = \frac{y_2 - y_1}{\frac{1}{4.5} - \frac{1}{6F_{r1}}} \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 8)$$

この式は Safranez 式を別の角度から見直したもので複雑な型をしている。

差異は23.4%，跳水長は少なめにである。(図-6)

㊒ Smetana 式

$$L = 6(y_2 - y_1) \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 9)$$

常流水深と射流水深の差が測定できれば跳水長が求められる式で，変形すれば，

となり跳水のなす角 ($\tan\theta$) が一定だということになる。

当資料との差異は 9.4%, 跳水長は少なめにでる。(図-7)

④ Wogcicki 式

$$L = (8 - 0.05y_2/y_1)(y_2 - y_1) \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 10)$$

常流水深と射流水深の比及び差が測定できれば跳水長の求まる式で当資料との差異は 15.3% 程度であり, 跳水長は当資料より大きめにでる。(図-8)

⑤ Bakhmeteff 式

$$L = 4.8y_2 \quad \dots\dots\dots(1 \cdot 11)$$

Safranez 式 $L = 4.5y_2$ と同型で係数が異なるだけである。差異は 16.0% で跳水長は同じく少なめにでる。(図-5)

⑥ 米国開拓局の式

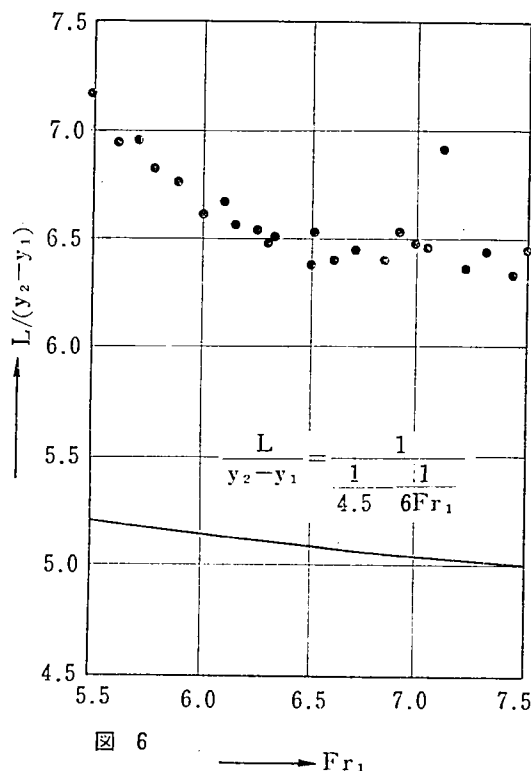


図 6

Froude 数であり跳水の長さは Froude 数による表示が必要と考える。又跳水現象は射流が常流に遷移するためにエネルギーを棄てる現象とも云えるから, エネルギーの損失量と

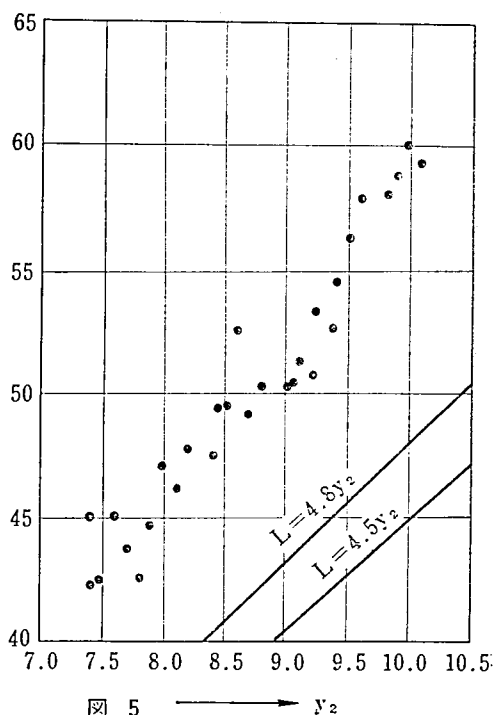


図 5

$$L = 6.9(y_2 - y_1) \quad \dots\dots(1 \cdot 12)$$

Smetana 式 $L = 6(y_2 - y_1)$ と同型で係数のみが異なる式である。差異は, 4.1% で跳水長はほんの少しだけ多目である。(図-7)

以上 7 式と当資料との差異をまとめたのが表-1 である。各式は各々仮定条件, 実験条件が異なり一概にその良否を決めかねるが, この表から推察すると米国開拓局の式及び Smetana 式がよく当てはまる。

V 著者の提案式

IV で示す如く, 各式に相当の差異があるので現象を別の角度から見る必要があると考える。

跳水が生ずるには常流と射流の 2 つの流れがなくてはならないと考えると, その 2 つの流れを表わす数を用いる必要がある。流れを適切に示すのは

跳水の長さとは何らかの関係があると考えられる。

そこで $L=f(F_{r1}, F_{r2}, \Delta H)$ という関係を想定し, Saframez 氏の資料及び当資料を検討してみると

$$L/\Delta H = \alpha \cdot \left(\frac{F_{r2}}{F_{r1}} \right) \dots\dots(5 \cdot 1)$$

なる型が適するようである。

$$\Delta H = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \dots\dots(1 \cdot 5)$$

$$F_{r1} = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, \quad F_{r2} = \frac{v_2}{\sqrt{gy_2}} \dots\dots(5 \cdot 2)$$

(1・5), (5・2)式と連続の方程式

$$Q = by_1 v_1 = by_2 \cdot v_2$$

とを(5・1)に代入し整理すると

$$L = \beta \cdot \frac{(y_2 - y_1)^3}{y_2^2} \sqrt{\frac{y_1}{y_2}} \dots\dots(5 \cdot 3)$$

となり, y_1, y_2 の関数となる。

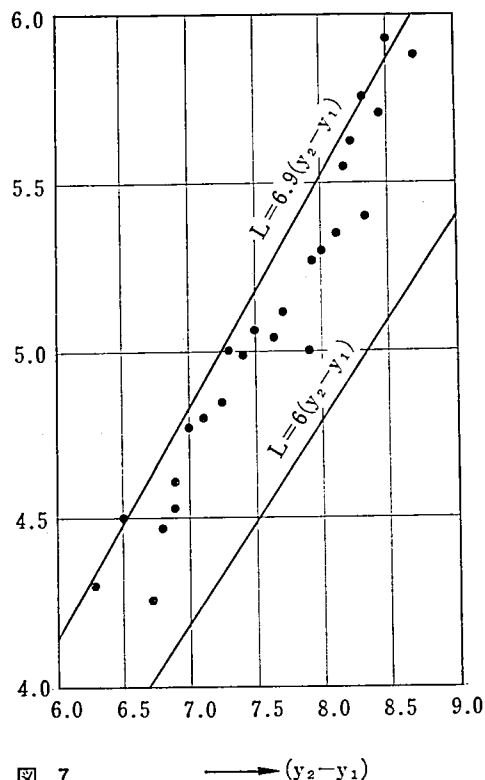


図 7

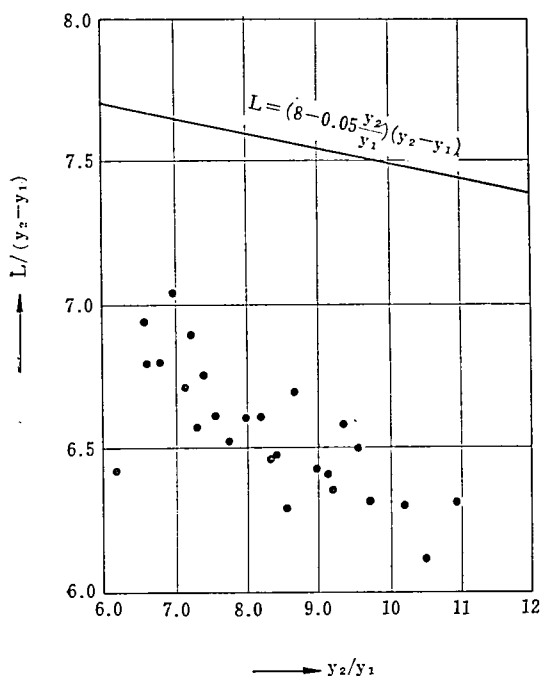


図 8

当資料 100 個を基に β の値を求めると $\beta = 24.607$ となり(5・3)式は

$$L = 24.607 \frac{(y_2 - y_1)^3}{y_2^2} \sqrt{\frac{y_1}{y_2}} \dots\dots(5 \cdot 4)$$

となる。(図—9, 10)

V 結 語

この実験及び解析から推察すると

- (1) 跳水の表面渦の長さは測定がととも難かしい。IVで示したように実験者によってその長さの測定が異っているようにみうける。
- (2) この種の理論式のない問題では幾多の実験式が提案されるであろう。例えば跳水前後の Froude 数の差も跳水長に影響を与える要素であると考えられる。
- (3) 図—10を基に考えると, y_1 を一定にすると y_2 が大きくなると L も大きくなる。 y_2 を一定にしてみると L は放物線的变化をする。又 y_1, y_2 を共に大きくすると L も大きくなる。

表 1

研 究 者	実 験 式	差 異	跳水長の多少
Safranez	$L=6y_1F_{r1}$	16.8%	少
	$L=4.5y_2$	22.6%	少
Ludin	$L=(y_2-y_1)/\left(\frac{1}{4.5}-\frac{1}{6F_{r1}}\right)$	23.4%	少
Smetana	$L=6(y_2-y_1)$	9.4%	少
Woycicki	$L=\left(8-0.05\frac{y_2}{y_1}\right)(y_2-y_1)$	15.3%	多
Bakhmeteff	$L=4.8y_2$	16.0%	少
米 国 開 拓 局	$L=6.9(y_2-y_1)$	4.1%	多

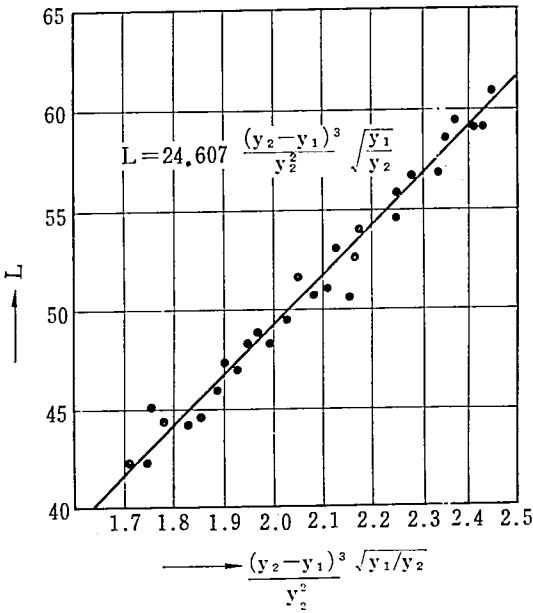


図 9

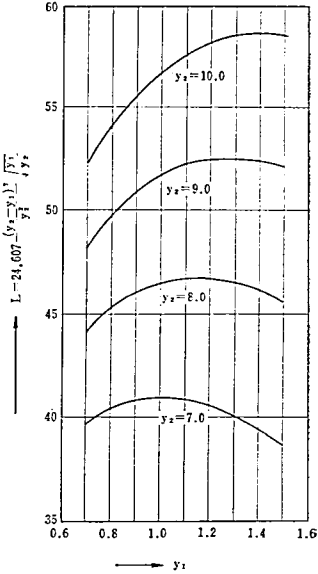


図 10

(4) 跳水中の流速分布の測定を試みたが相当に困難で今後の課題である。

本研究は $F_{r1}=5.5\sim 8.0$ 程度の範囲での資料を基に展開しているが $F_{r1}=1.0\sim 15.0$ 程度の範囲に拡張して論ずる必要がある。現在広範囲の資料を作製中であり、別の機会に報告できるのであろう。

末筆でありますがこの研究を進めるにあたり終始御指導を賜った、明星大学加藤正晴

教授に感謝の意を表わします。本研究で使用了資料は当時明星大学生の山本昭博，関川芳樹両君が行なつた実験によるものである。

参 考 文 献

- Ven Te Chow : Open Channel Hydraulic
F. M. Henderson : Open Channel Flow
鶴見一之 : 跳水について 土木学会誌16巻9号
今野彦貞 : 跳水現象の実験的考察 土木学会誌21巻3号
佐藤清一 : 水理学
本間 仁・安芸皎一 : 物部水理学
E. A. Elevatorski : Hydraulic Energy Dissipators.