

泊地における小型船の挙動について

加 藤 正 晴

水上に静止している船が、波等の外力を受ける場合、又は海上を漂流している船は、そこに何等の拘束が無ければ、自由度 6 の無拘束運動をすることが可能である。すなわち、その運動は、船の重心を原点とする直角座標系を仮定すれば、重心の、各軸に平行な直線運動と、重心を中心とする方向の回転運動とに分解することができる。

船が、航海中若しくは機関によって操船の可能な状態にある時は、6 方向運動の幾何かは拘束できようが、港内に錨泊したままの状態にある船は、唯錨による拘束があるのみで全く外力のままの運動をせざるを得ない。特に荒天時に、避難港又は小漁港にある小型船において、その様な状態にある場合が多いことが考えられる。港湾の改良は、かかる状態の軽減を目的としているのであるが、港口を開く限りは波の進入は止むを得ない。従って、如何なる程度に緩和し得るかが問題となる。

泊地にある船が受ける外力は、波、風、錨よりの 3 力である。これ等の内、船の運動を支配するものは波であって、風と錨よりの力是一種の拘束として作用すると考えられる。船はこの 3 力の総合された刻々と変る方向に複雑な運動を強いられる。

船の運動を、一般の剛体の運動と同様に見なすと、その重心の直線運動と、重心を中心とする回転運動とに分けられ、それ等の運動の式は次の如く表わされている。

$$M \frac{d^2 \xi_0}{dt^2} = \sum X_0, \quad M \frac{d^2 \eta_0}{dt^2} = \sum Y_0, \quad M \frac{d^2 \zeta_0}{dt^2} = \sum Z_0 \quad (1)$$

但し、 M = 船の見掛けの質量

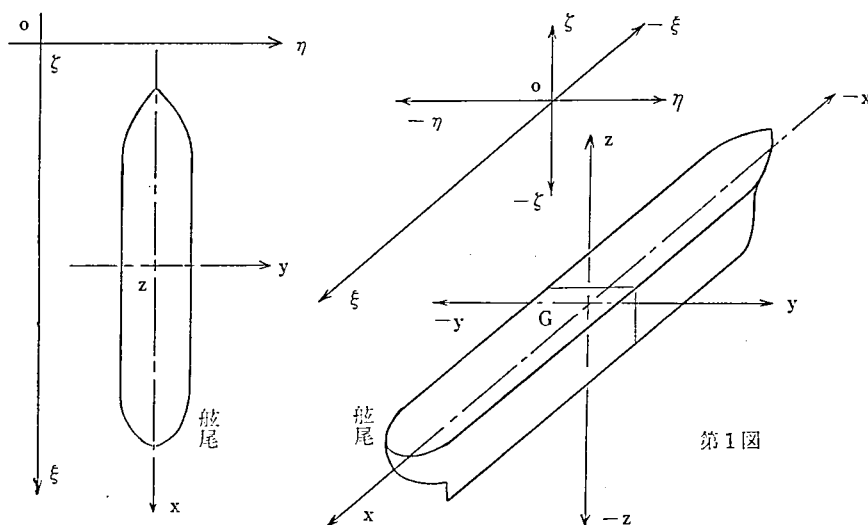


図 1

ξ_0, η_0, ζ_0 = 空間に固定した座標系 $\xi-\eta-\zeta$ に関する船の重心の座標

$\Sigma X_0, \Sigma Y_0, \Sigma Z_0$ = 外力の固定軸方向の分力。

今、別に船の重心を原点とし、船に固定した座標系 $x-y-z$ を考える。船が外力を受けず静止の状態にある時は、両系の軸はそれぞれ平行であるものとする。尚、

$x-G-z$ 面 船の中央縦断面

$y-G-z$ 面 船の中央横断面

$G-x, G-y, G-z$ 軸 船の慣性主軸と略々一致するものと仮定する。

回転運動式

Euler の式に従って、

$$\begin{aligned} I_x \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (I_z - I_y) \frac{d\phi}{dt} \frac{d\phi}{dt} &= \Sigma (yZ - zY) \\ I_y \frac{d^2 \phi}{dt^2} + (I_x - I_z) \frac{d\theta}{dt} \frac{d\theta}{dt} &= \Sigma (zX - xZ) \\ I_z \frac{d^2 \phi}{dt^2} + (I_y - I_x) \frac{d\theta}{dt} \frac{d\phi}{dt} &= \Sigma (xY - yX) \end{aligned} \quad (2)$$

但し、 $I_x, I_y, I_z = x-y-z$ 軸に関する船の主慣性能率

X, Y, Z = 外力の $x-y-z$ 軸方向の分力

x, y, z = 考察点の座標

θ, ϕ, ϕ = Euler の角、船の動揺角

船の動揺角 θ, ϕ, ϕ は、何れも小であるとする、その角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ の相乗積は更に小になるとして、それ等のかかる左辺第2項を無視すると、(2)式は次の如く簡易化される。

$$\begin{aligned} I_x \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= \Sigma (yZ - zY) \\ I_y \frac{d^2 \phi}{dt^2} &= \Sigma (zX - xZ) \\ I_z \frac{d^2 \phi}{dt^2} &= \Sigma (xY - yX) \end{aligned} \quad (3)$$

(1)(3)式を船の運動の基本式とする。両式中の外力には、波、風、錨の作用の外に船の自重も含まれる。

波の作用のみによる船の運動浮力

§1. 浮 力

水の運動が小であり、又緩慢に行なわれると近似的に仮定すると、Bernoulli の式は次の如く簡易化される。

波浪の式の原点を表水面上にとり、 x' 軸を水面、波の進行方向を正 x' 、水面上方を正 z' 軸と仮定して

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - gz' \quad (4)$$

但し p = 任意の考察点における圧力

Φ = 波のもつ速度ポテンシャル

g = 重力の加速度、 ρ = 水の密度、 z = 考察点の座標

船が遭遇する波は、港外においても、亦港内においても不規則波である。不規則波を扱った研究もあるが、波以外の外力をも扱う場合には複雑となるから、今の場合簡単のため

に sine 型の規則波を対象とする。

sine 波のもつ速度ポテンシャル式

$$\Phi = \frac{h}{2} \frac{n}{m} \frac{\cosh m(H-Z')}{\sin hmH} \cos(m\bar{x}' - nt) \quad (5)$$

によって、水分子の座標関係式を求めると、

$$\begin{aligned} x' - \bar{x}' &= \frac{h}{2} \frac{\cos hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \cos(m\bar{x}' - nt) \\ z' - \bar{z}' &= -\frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) \end{aligned} \quad (6)$$

但し、 h = 波高、 $m = \frac{2\pi}{\lambda}$ 、 λ = 波長

H = 水深、 n = 角速度 = cm

C = 波速

\bar{x}' , \bar{z}' = 水分子が静止時に占めている位置の座標

x' , z' = その水分子の波動時の位置の座標

振幅の小なる表面波においては、 x' , z' を \bar{x}' , \bar{z}' におきかえても誤差は少いとして、(6) 式は変数を変換してある。

これを(4)式に代入する。

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= \frac{h}{2} \frac{n^2}{m} \frac{\cos hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) - g\bar{z}' \\ &\quad - g \frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) \end{aligned} \quad (7)$$

水深による圧力 p の変化は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \bar{z}'} &= \rho n^2 \frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) - g\rho \\ &\quad - g\rho m \frac{h}{2} \frac{\cos hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) \end{aligned}$$

水分子のだ円回転軌道の半径の式

$$\text{長軸 } r = \frac{h}{2} \frac{\cos hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH}, \quad \text{短軸 } r' = \frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH}$$

を代入して整理する。

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{z}'} = \rho n^2 \gamma' \sin(m\bar{x}' - nt) - g\rho - g\rho m r \sin(m\bar{x}' - nt) \quad (8)$$

波浪中の水の分子には、その軌道運動による遠心力と重力とが作用する。その合加速度 a は、水分子の位置の如何にかかわらず、その分子が属する波面に垂直下向きの方角をもつ。従って、微小量 dh をへだてて相隣る2波面上にある2点間の圧力の差は、点間の水の質量に上記合加速度 a をかけたものに等しくなければならない。

$$\Delta p = a\rho dh$$

2点の座標を、それぞれ x' , $-z'$, および $(x' + \Delta x')$, $-(z' + \Delta z')$ とし、合加速度 a の x' , z' 軸に対する方向余弦を用いての関係および(6)式を用いると*

$$\begin{aligned} \Delta h &= (\Delta x'^2 + \Delta z'^2)^{\frac{1}{2}} = d\bar{z}' \left[\left\{ 1 + \frac{mh}{2} \frac{\cos hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \sin(m\bar{x}' - nt) \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ m \frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin hmH} \cos(m\bar{x}' - nt) \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (9)$$

上式を展開して、その微小項を無視し、軌道半径式を代入して整理すると、

$$\Delta h \doteq \{1 + mr \sin(m\bar{x}' - nt)\} \quad (10)$$

(10)式は、(9)式の各項に後述の仮定値を入れて試算し、その微小項を無視して求めた。

圧力差は

$$a, \rho, \Delta h = \{1 + mr \sin(m\bar{x}' - nt)\} a, \rho, \Delta \bar{z}' \quad (11)$$

この圧力差は、(8)式の水圧の変化量と等しくなければならぬ。故に、

$$\rho n^2 r' \sin(m\bar{x}' - nt) - g\rho - \rho mgr \sin(m\bar{x}' - nt) = a, \rho \{1 + mr \sin(m\bar{x}' - nt)\}$$

$$a = g \left\{ \frac{n^2 r'}{g} \sin(m\bar{x}' - nt) - 1 - mr \sin(m\bar{x}' - nt) \right\} \times \left\{ 1 + mr \sin(m\bar{x}' - nt) \right\}^{-1} \quad (12)$$

右辺第2項を展開し、2項の積中の微小項を無視すると、

$$a \doteq -g \left\{ 1 - \frac{n^2 r'}{g} \sin(m\bar{x}' - nt) \right\} \quad (13)$$

これが、静止時に \bar{x}' , \bar{z}' にある水分子に、波動時に作用する合加速度であって、その作用方向は、その波面に垂直下向きである。

、波動中の水中に至る物体に作用する浮力は、上記 a と同強度、反対方向をもつ。故に水の微小量 ρdv に作用する浮力 δF は次式で表わされる。

$$\delta F = -a\rho dv = g\rho \left\{ 1 - \frac{n^2 r'}{g} \sin(m\bar{x}' - nt) \right\} dv \quad (14)$$

δF の x' , z' 軸方向の分力 $\delta F_{x'}$, $\delta F_{z'}$ は、

図の如く、

$$\begin{aligned} -\delta F_{x'} &= \delta F \sin\phi_1 \\ \delta F_{z'} &= \delta F \cos\phi_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$\cos\phi_1$ は、波面上の p 点における δF の z' 軸に関する方向余弦である。波面線の微小長を $ds = (dx'^2 + dz'^2)^{\frac{1}{2}}$ とし、(6)式を入れ微小項を無視すると方向余弦は次の如くなる。

$$\cos\phi_1 \doteq 1, \sin\phi_1 \doteq mr' \cos(m\bar{x}' - nt) \quad (16)$$

これと(15)式より、

$$\begin{aligned} \delta F_{z'} &= -g\rho \{mr' \cos(m\bar{x}' - nt)\} dv \\ \delta F_{x'} &= +g\rho \left\{ 1 - \frac{n^2 r'}{g} \sin(m\bar{x}' - nt) \right\} \times dv \end{aligned} \quad (17)$$

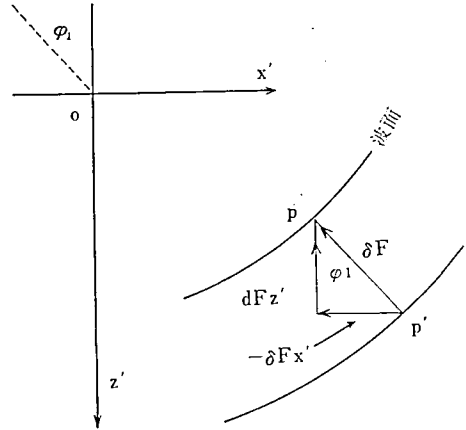


図 2

浮力は常に波面に垂直上向とするから $\delta F_{z'}$ は、常に正值をとり、 $g\rho \left(1 - \frac{n^2 r'}{g}\right) \sim g\rho \left(1 + \frac{n^2 r'}{g}\right)$ 間に変る。時間の原点を、波頂が原点を通る時にとれば、 $\delta F_{z'}$ は考察点がそれが属する静水位以下に至る場合は負値、以上にある場合は正值をとる。この関係は、水分子の位置の如何にかかわらず成立する。

§ 2. 空間固定座標系による浮力

(17)式の浮力を、船と関連づけるために、前述の空間固定座標系 $\xi-\eta-\zeta$, 船に固定の座標系 $x-y-z$ との関係を求める。

今、兩座標系 $\xi-\eta-\zeta$ と $x'-y'-z'$ とが図の如き関係位置にありとする。 z' , ζ の正方向は紙面上向とする。兩軸は平面的に角 α を挟み、 α は負 z' 軸を中心として右手ねじの回転方向に測るのを正值とする。兩系の原点を同一とし、その関係をマトリックスで求めると、

$$x' = \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha$$

$$y' = \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$$

$$z' = \zeta$$

$$\xi = x' \cos \alpha + y' \sin \alpha$$

$$\eta = -x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

$$\zeta = z'$$

(18)

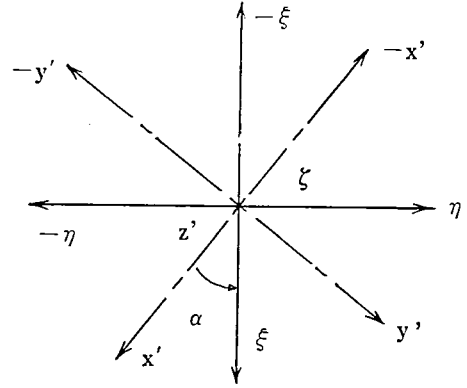


図 3

又、浮力を同様に関係づけると、

$$\delta F_{\xi} = \cos \delta F_{x'}, \quad \delta F_{\eta} = -\sin \alpha \delta F_{x'}, \quad \delta F_{\zeta} = \delta F_{z'} \quad (19)$$

これを(18)式に代入すれば、空間固定軸に關係づけた各軸方向の浮力の分力をうる。

$$\delta F_{\xi} = -mg\rho r' \cos \alpha \cos(m\bar{x}' - nt) dv$$

$$\delta F_{\eta} = mg\rho r' \sin \alpha \cos(m\bar{x}' - nt) dv$$

$$\delta F_{\zeta} = g\rho \left\{ 1 - \frac{n^2 r'}{g} \sin(m\bar{x}' - nt) \right\} dv \quad (19')$$

波頂が原点を通過する時を時間の原点にとると、位相角の変化による浮力の分力の変化は、 δF_{ξ} は静水位において $\pm m_1 g \rho dv$ 、波頂波底において零、 δF_{η} は、静水位において $\mp m_1 g \rho dv$ 、波頂波底において零、 δF_{ζ} は、静水位において $g \rho dv$ 、波頂波底において $g \rho \left(1 \mp \frac{n^2 r'}{g} \right) dv$ の値をとる。すなわち、 δF_{ξ} は、波面が静水位より上昇している部分においては、波の進行方向と同方向の正值をもち、下降している部分においては反対の方向をとる。 δF_{η} は常に反対の符号をもち、従って、波長間にある船の位置によっては、船体の首尾が方向反対の浮力を受けて回転を生ずる。波向と船が角度をもつ場合には、波を受ける舷側は波圧をも受けるから、その回転が助長される。これを拘束するものは、操船か若しくは錨によるけん引である。

(19)式中の座標 \bar{x}' , \bar{z}' を分子軌道の座標 x' , z' に変換する。

$$\bar{x}' = x' - r \cos(m\bar{x}' - nt)$$

$$\bar{z}' = z' - r' \sin(m\bar{x}' - nt) \quad (20)$$

上式において、 $\cos(m\bar{x}' - nt) = \cos\{mx' - mr \cos(m\bar{x}' - nt) - nt\}$ の如く \bar{x}' に(20)式を代入して展開し、これを繰返して微小項を無視すると、次の近似値をうる。

$$\cos(m\bar{x}' - nt) \doteq \cos(mx' - nt), \quad \sin(m\bar{x}' - nt)$$

$$\cosh m(H + \bar{z}') \doteq \cosh m(H + z'), \quad \sin hm(H + \bar{z}') \doteq \sin hm(H + z') \quad (21)$$

故に(20)式は、

$$\delta F_{\xi} = -m_1 g \rho r_b \sinh m(H + z') \cos(mx' - nt)$$

$$\delta F_{\eta} = m_2 g \rho r_b \sinh m(H + z') \cos(mx' - nt)$$

$$\delta F_{\zeta} = g\rho \left\{ 1 - \frac{n^2}{g} r_b \sin hm(H + z') \sin(mx' - nt) \right\} \quad (22)$$

但し, $m_1 = m \cos \alpha$, $m_2 = m \sin \alpha$, $r_b = \frac{h}{2} \frac{1}{\sin H m H}$ (18) 式の関係代入し, その変数を固定座標系 ξ, η, ζ にて表わす。

$$\delta F_\xi = -m_1 g \rho r_b \sin hm(H+\zeta) \{ \cos(m_1 \xi - m_2 \eta) \cos nt + \sin(m_1 \xi - m_2 \eta) \sin nt \} dv$$

$$\delta F_\eta = m_2 g \rho r_b \sin hm(H+\zeta) \{ \cos(m_1 \xi - m_2 \eta) \cos nt + \sin(m_1 \xi - m_2 \eta) \sin nt \} dv$$

$$\delta F_\zeta = g \rho \left[1 - m r_b \tan hm H \sin hm(H+\zeta) \{ \sin(m_1 \xi - m_2 \eta) \cos nt - \cos(m_1 \xi - m_2 \eta) \sin nt \} \right] dv \quad (23)$$

但し $dv = d\xi, d\eta, d\zeta$

§3. 空間固定座標と船固定座標との関係

空間に固定した座標 $\xi-\eta-\zeta$ による座標と, 船に固定され船と共に運動する座標 $x-y-z$ による座標との関係は次のマトリックスにより求められる。

$$\begin{array}{lll} \xi & \eta & \zeta \\ x & a_1 a_2 a_3 & \xi = a_1 x + b_1 y + c_1 z \quad x = a_1 \xi + a_2 \eta + a_3 \zeta \\ y & b_1 b_2 b_3 & \eta = a_2 x + b_2 y + c_2 z \quad y = b_1 \xi + b_2 \eta + b_3 \zeta \\ z & c_1 c_2 c_3 & \zeta = a_3 x + b_3 y + c_3 z \quad z = c_1 \xi + c_2 \eta + c_3 \zeta \end{array} \quad (24), (25)$$

但し, $a_1, b_1, c_1, a_2, \dots, a_3, \dots$ = 方向余弦

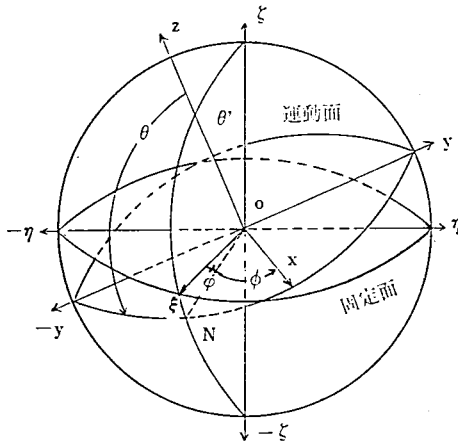


図 4

又, Kriloff²² に従って次の如く定める。

θ = 船の横揺角

ϕ = 船の縦揺角

ϕ = 揺船首角

ϕ 交線 ON と $o-\xi$ 軸の挟む角であって, 負 η 軸を中心とし, 右手ねじの回転方向に $o-\xi$ 軸より測るのを正值とする。今の場合, $o-\xi$ 軸を船尾方向とするから, 船尾下降, 船首上昇の縦揺の場合が正值である。

ϕ ON 線より $o-x$ 軸方向に測るのを正值にとる。ON, $o-x$ は共に $x-o-y$ 面上にあるから, 負 z 軸を中心とし, 右手ねじの回転方向に測るのが正值である。 $o-\xi$ 軸方向を船尾とするから, 船尾を左舷, 船首を右舷に振る場合が正值になる。

この方向余弦は次の如くして求められる。

図において, 軸 $\xi-\eta-\zeta$ は空間固定, 軸 $x-y-z$ は船に固定した動軸とする。

面 $x-o-z$ 船の中央縦断面と一致

面 $x-o-y$ 船の浮間(LWL)と一致

面 $y-o-z$ 船の中央横断面と一致

面 $\xi-o-\eta, \xi-o-\zeta$ 空間固定面

とすると, 船が静止の状態にある時は, 面 $\xi-o-\eta$ と $x-o-y$, 面 $\xi-o-\zeta$ と $x-o-z$ は, それぞれ一致する。

船が運動する時, 各面は交錯するが, 特に $\xi-o-\zeta$ 面と $x-o-y$ との交線を ON とする。

θ 球面角 ζ - N - y 又は、面 ζ - N - ζ と面 x - N - y との挟む角であって、ON を中心として直接回転方向に測るのを正值とする。前例の如く、負 ON を中心として右手ねじの回転方向に測る。 θ は球面角であるから、 ζ - o - y 角とは一致しない。近似的には、 $\theta \doteq -\frac{\pi}{2} + \theta'$ 、 $\theta' = \angle \zeta oz$ である。

基準線 ON は、固定基準面 ξ - o - η 面と、LWL との交錯線を選ぶのが、その数値も少く一般的である。その場合の船の正常な位置は両面が一致した場合であるが、Kriloff* は、面の位置における僅かな変化も、角 ϕ 、 ϕ に大なる変化を生ぜしめる恐れありとして、LWL と面 ζ - o - ξ が直角となる時を船の正常位置とし、上記の如く両面の交線を ON にとり、 θ の測方を上述の如くとった。この場合もその方法に従う。

以上によって、 o - z 軸を中心として、 x - o - y 面を $\angle \phi$ だけ時計廻りさせると、 o - y 軸は η 軸に $\angle \theta'$ 、 o - x 軸は ξ 軸に $\angle \phi$ だけ傾いた状態になる。ON を中心として時計廻りに $\angle \theta'$ だけ o - y 軸を回転せしめると、 o - y 、 o - η 軸は一致する。 o - η 軸を中心として時計廻りに $\angle \phi$ だけ x - o - y 面を回転せしめると、 x - o - y 、 ξ - o - η 面は完全に一致し、船は総てに対し正常な静止状態にかえる。

ON 線は、 x - o - y 面 (LWL) 上にあるから、線上においては $z=0$ 、又 ξ - o - ζ 面上にあるから $\eta=0$ である。この条件を(24)(25)式に適用すると ON 線の式を得る。

$$a_2 x + b_2 y = 0, \quad c_1 \xi + c_3 \zeta = 0 \quad (26)$$

第1式より

$$\begin{aligned} a_2 &= \sin \phi \sin \left(-\frac{\pi}{2} + \theta' \right) = \sin \phi \cos \theta' \\ b_2 &= \cos \phi \sin \left(-\frac{\pi}{2} + \theta' \right) = \cos \phi \cos \theta' \\ c_2 &= \cos \left(-\frac{\pi}{2} + \theta' \right) = -\sin \theta' \end{aligned} \quad (27)$$

第2式より、

$$\begin{aligned} c_1 &= \sin \phi \cos \theta' \\ c_2 &= -\sin \theta' \\ c_3 &= \cos \phi \cos \theta' \end{aligned} \quad (28)$$

(24)(25)式において、座標 $\xi\eta\zeta$ 、 xyz の代りに、ベクトル $i j k$ 、 $i \bar{j} \bar{k}$ を使い、又同一の方向余弦 $a_1 \dots c_3$ をもって、マトリックスをつくって計算すれば、9方向余弦の関係式を得る。これ等と(27)(28)式より9方向余弦の式が次の如く得られる。

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \phi \cos \phi + \sin \phi \sin \phi \sin \theta' \\ b_1 &= -\sin \phi \cos \phi + \cos \phi \sin \phi \sin \theta' \\ c_1 &= \sin \phi \cos \theta' \\ a_2 &= \sin \phi \cos \theta' & a_3 &= -\cos \phi \sin \phi + \sin \phi \cos \phi \sin \theta' \\ b_2 &= \cos \phi \cos \theta' & b_3 &= \sin \phi \sin \phi + \cos \phi \cos \phi \sin \theta' \\ c_2 &= -\sin \theta' & c_3 &= \cos \phi \cos \theta' \end{aligned} \quad (29)$$

船の動揺が大ならずと仮定できれば、方向余弦の右辺各項も大では無いから、それ等を級数に展開できる。展開項中の相乗積以上を微小として無視すれば、次の近似値を得る。

$$\begin{aligned} a_1 &\doteq 1 & a_2 &\doteq \phi & a_3 &\doteq -\phi \\ b_1 &\doteq -\phi & b_2 &\doteq 1 & b_3 &\doteq \theta' \\ c_1 &\doteq \phi & c_2 &\doteq -\theta' & c_3 &\doteq 1 \end{aligned} \quad (30)$$

これ等を(24)(23)式に代入すると、運動中の船体上にかかる任意点の位置を、空間固定座標又は船に固定した座標をもって表わすことができる。

$$\begin{aligned}\xi &= x - \phi y + \psi z & x &= \xi + \phi \eta - \psi \zeta \\ \eta &= \phi x + y - \theta' z & y &= -\phi \xi + \eta + \theta' \zeta \\ \zeta &= -\phi x + \theta' y + z & z &= \phi \xi - \theta' y + \zeta\end{aligned}\quad (31)(32)$$

上式は、両座標系が原点を等しくする場合であって、 ξ - η - ζ 系を基準とすれば、この両系の原点は水面上、 x' - y' - z' 座標系と一致する。今、両系を分離し、船の重心が、 ξ - η - ζ 系に対し ξ_0 , η_0 , ζ_0 なる座標をもつ如く配置されれば(31)式は次の形になる。

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0 + x - \phi y + \psi z \\ \eta &= \eta_0 + \phi x + y - \theta' z \\ \zeta &= \zeta_0 - \phi x + \theta' y + z\end{aligned}\quad (33)$$

§ 4. 船の初期位置

(33)式は、両座標系が平行なる場合を初期条件としているが、これを一般化するために、船の初期位置を、 ξ - η - ζ 系に対し平面的に $\angle \gamma$ だけ傾斜している場合を考える。実際の場合には、積荷又は操船上の必要より船が $\angle \phi$ をもつ場合が一般的であるが、今の場合は平面的回転のみをとる。新空間座標と前座標との関係は、傾斜角を γ として、

$$\begin{aligned}\xi' &= \xi \cos \gamma - \eta \sin \gamma & \xi'_0 &= \xi_0 \cos \gamma - \eta_0 \sin \gamma \\ \eta' &= \xi \sin \gamma + \eta \cos \gamma & \eta'_0 &= \xi_0 \sin \gamma + \eta_0 \cos \gamma \\ \zeta' &= \zeta & \zeta'_0 &= \zeta_0\end{aligned}\quad (34)$$

(33)式に代入して、

$$\begin{aligned}\xi' &= \xi'_0 + (x - \phi y + \psi z) \cos \gamma - (\phi x + y - \theta' z) \sin \gamma \\ \eta' &= \eta'_0 + (x + \phi y + \psi z) \sin \gamma + (\phi x + y - \theta' z) \cos \gamma \\ \zeta' &= \zeta'_0 - \phi x + \theta' y + z\end{aligned}\quad (35)$$

角 γ は、初期条件として与えられるものであるから、 ξ'_0 , η'_0 , ζ'_0 等は予め求められるものである。右辺各項は(33)式と同様に算出できる。故は以後の計算においては(35)式中の記号を略して次の如く表わす。

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_0 + (x - \phi y + \psi z) \cos \gamma - (\phi x + y - \theta' z) \sin \gamma \\ \eta &= \eta_0 + (x + \phi y + \psi z) \sin \gamma + (\phi x + y - \theta' z) \cos \gamma \\ \zeta &= \zeta_0 - \phi x + \theta' y + z\end{aligned}\quad (36)$$

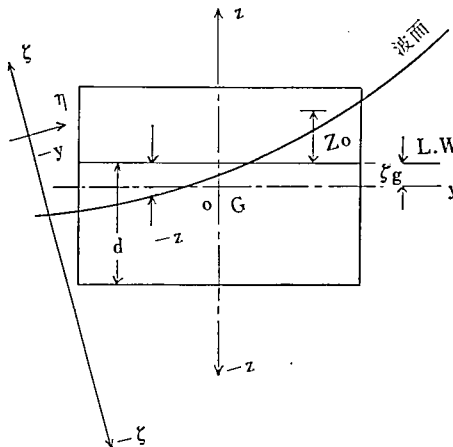


図 5

§ 5. 波浪中の船に作用する浮力

図は、波浪中で動揺している船の横断面である。LWLは浮面、Gは船の重心、dは船の吃水 ζ_0 は重心と浮面間距離である。

船が波浪中にある時は、水際面は表面波面であって浮面とは一致しない。又、波も実際の場合には、その一部が船体に衝突して碎け、その形が崩れる。然し今の場合、船の存在によって波形は乱れず碎波圧も生じないと

仮定する。すなわち、波に比し船が極めて小であると仮定するのである。

波浪中の船には、波面の形に応じて変化する浮力が作用するが、図に見る如く、LWL 以下に作用する全浮力を、重心を原点とする y 軸の上下における浮力の増減を加減して、その波面形の場合の有効浮力を求める。船体は単純な形をもたないから積分式を用いての算定は困難である。船の線図を用い、船体を分割してその各部に作用する浮力を求め、これを加算する手順をとらねばならぬ。

計算を簡易化するために次の如く仮定する。

中央縦断面 ($x-o-z$) を中心とし、船体は左右均一である。

中央横断面 ($y-o-z$) 上に重心がある。

y 軸より上の舷側は、大体垂直と見なされ、この部分の船体は y 軸を底面とする船形筒である。

y 軸以下の船体は、 y 軸方向は左右均一であるが、 xz 方向は変化するから算定には船の線図が必要である。

y 軸を中心とする船体の浸没容積は、その上下にある波面を下面とする筒形である。船に作用する有効浮力を次の如く分離して求める。

$$F = \int \delta F dv = \int_{V_F} \delta F dv + \int_{V_P} \delta F dv \quad (37)$$

但し、 $F \cdots F_\xi$, F_n , F_ζ = 全浮力の分力

$$\int_{V_F} = \text{LWL 以下の船の全容積に作用する浮力の分力}$$

$$\int_{V_P} = y \text{ 軸の上下の浸没容積に作用する浮力の増減差の分力}$$

上述の計算においては、船の運動は重心を中心として行なわれるとした。従って、図に見る如く動揺の中心は LWL の中心で無い。そのために LWL の上下における浮力の増減は均衡しない。

§ 6. 表 面 波 形

(6) 式の波形は独自の座標系 $x'-y'-z'$ を以って表わされている。これを運動式の座標系 (20) 式と関連づける。

$$\bar{z}' = z' - r' \sin(mx' - nt) \quad (38)$$

$$\text{但し } r' = \frac{h}{2} \frac{\sin hm(H + \bar{z}')}{\sin HmH}$$

表面波形を問題にするのであるから、 $\bar{z}' = 0$, $\frac{h}{2} = r_0$ とおくと

$$z' = r_0 \sin(mx' - nt) \quad (39)$$

原点を同一とする空間固定座標系に関係づけると、(20) 式によって、

$$z' = \zeta = r_0 \sin \{m\xi \cos \alpha - m\eta \sin \alpha - nt\} = r_0 \sin(m_1\xi - m_2\eta - nt) \quad (40)$$

(40) 式により船の初期位置に関する条件を入れると平面的には

$$\begin{aligned} z' &= r_0 \sin \left[m_1 \{ \xi_0 + (x - \phi y + \psi z) \cos \gamma - (\phi x + y - \theta' z) \sin \gamma \} \right. \\ &\quad \left. - m_2 \{ \eta_0 + (x - \phi y + \psi z) \sin \gamma + (\phi x + y - \theta' z) \cos \gamma \} - nt \right] \\ &= r_0 \sin \{ xR - yR' - \phi xR' - \phi yR' - \psi zR + \theta' zR' + m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0 - nt \} \end{aligned} \quad (41)$$

但し、 $R = m \cos(\alpha + \gamma)$, $R' = m \sin(\alpha + \gamma)$, $m_1 = m \cos \alpha$, $m_2 = m \sin \alpha$

これ等の項中, α , γ , m は初期条件として与えられるものであるから, R , R' , m_1 , m_2 は定数である。

(4)式は, 水面を基準面とする空間固定座標系を介し, 船固定の座標系を以て表わした波浪の式である。

運動の式(3)は水面を基準とし, 又(3), (3)式は船の重心 (ξ_0 , η_0 , ζ_0) を原点として固定座標で表示されている。従って, (3)の第3式における z を船体が波面に接する任意点の座標 z_0 とすると, (3)の第3式と式(4)は同一点を指定することになる。すなわち,

$$\zeta = \zeta_0 - \phi x + \theta' y + z_0 = z' \quad (42)$$

$$z' = \gamma_0 \sin \{ xR - yR' - \phi xR' - \phi yR' - \phi z_0 R + \theta' z_0 R' + m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0 - nt \}$$

これより z_0 の式は,

$$z_0 = -\zeta_0 + \phi x - \theta' y + \gamma_0 \sin \{ xR - yR' - \phi xR' - \phi yR' - \phi z_0 R + \theta' z_0 R' + m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0 - nt \} \quad (43)$$

これが, 船の重心を原点とし, 船の座標に関連せしめた波面の座標である。上式のサイン項の内容中, 動揺角を含む項は微小となり, 又 $m_1 \xi_0$, $m_2 \eta_0$ は, 動揺による大なる変化はなしとして定数と見なし, サイン項を展開して微小項を無視すると(43)式は

$$z_0 = -\zeta_0 + \phi x - \theta' y + \gamma_0 \cos nt \{ C \sin(xR - yR') + S \cos(xR - yR') \} + \gamma_0 \sin nt \{ S \sin(xR - yR') - C \cos(xR - yR') \} \quad (44)$$

但し, $C = \cos(m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0)$, $S = \sin(m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0)$

(44)式は, 表面波形を表わし, z に関する積分限を与える。

(3)式を(43)式に代入し, 浮力式を新座標にて表わす。(3)式中の $\sin hm(H + \zeta)$ に(42)式を代入して近似をとる。

$$\begin{aligned} \sin hm(H + \zeta) &= \sin hm(H + \zeta_0 - \phi x + \theta' y + z) \\ &\approx \sinh m(H + \zeta_0 + z) - m(\phi x - \theta' y) \cos hm(H + \zeta_0 + z) \\ \delta F_\xi &= -m_1 g \rho r_b \{ \sin hm(H + \zeta_0 + z) A - \cos hm(H + \zeta_0 + z) \times m(B - D) \} dv \\ \delta F_\eta &= m_2 g \rho r_b \{ \sin hm(H + \zeta_0 + z) A - \cos hm(H + \zeta_0 + z) \times m(B - D) \} dv \\ \delta F_z &= g \rho \left[1 - m r_b \tan hm H \{ \sin hm(H + \zeta_0 + z) A' \right. \\ &\quad \left. - \cos hm(H + \zeta_0 + z) \times m(B' - D') \} \right] dv \end{aligned} \quad (45)$$

但し, $dv = dx dy dz$

$$\begin{aligned} A &= \cos nt (C \cos x R \cos y R' + C \sin x R \sin y R' - S \sin x R \cos y R' + S \cos x R \sin y R') \\ &\quad + \sin nt (C \sin x R \cos y R' - C \cos x R \sin y R' + S \cos x R \cos y R' + S \sin x R \sin y R') \\ B &= \phi \cos nt (C x \cos x R \cos y R' + C x \sin x R \sin y R' - S x \sin x R \cos y R' + S x \cos x R \sin y R') \\ &\quad + \phi \sin nt (C x \sin x R \cos y R' - C x \cos x R \sin y R' + S x \cos x R \cos y R' + S x \sin x R \sin y R') \\ D &= \theta' \cos nt (C \cos x R y \cos y R' + C \sin x R y \sin y R' - S \sin x R y \cos y R' + S \cos x R y \sin y R') \\ &\quad + \theta' \sin nt (C \sin x R y \cos y R' - C \cos x R y \sin y R' + S \cos x R y \cos y R' + S \sin x R y \sin y R') \\ A' &= \cos nt (C \sin x R \cos y R' - C \cos x R \sin y R' + S \cos x R \cos y R' + S \sin x R \sin y R') \\ &\quad - \sin nt (C \cos x R \cos y R' + C \sin x R \sin y R' - S \sin x R \cos y R' + S \cos x R \sin y R') \\ B' &= \phi \cos nt (C x \sin x R \cos y R' - C x \cos x R \sin y R' + S x \cos x R \cos y R' + S x \sin x R \sin y R') \\ &\quad - \phi \sin nt (C x \cos x R \cos y R' + C x \sin x R \sin y R' - S x \sin x R \cos y R' + S x \cos x R \sin y R') \\ D' &= \theta' \cos nt (C \sin x R y \cos y R' - C \cos x R y \sin y R' + S \cos x R y \cos y R' + S \sin x R y \sin y R') \\ &\quad - \theta' \sin nt (C \cos x R y \cos y R' + C \sin x R y \sin y R' - S \sin x R y \cos y R' + S \cos x R y \sin y R') \end{aligned}$$

§7. 浮 力 計 算

(37)式の浮力式の積分限を次の如くとする。

$$\begin{aligned} \text{船長方向} \quad x &= \pm L, & L &= \text{半船長} \\ \text{船幅方向} \quad y &= \pm y_0 \\ \text{吃水方向} \quad z &= \zeta_0 \sim d, & 0 \sim z_0 & \quad z_0 = \text{波面座標} \end{aligned}$$

故に、

$$\begin{aligned} F &= \int_{V_F} \delta F dv + \int_{V_P} \\ &= \int_{x=-L}^x=L \int_{z=-d}^z=\zeta_0 \int_{-y_0}^{y_0} \delta F dx dy dz + \int_{x=-L}^x=L \int_{-y_0}^{y_0} \int_0^{z_0} \delta F dx dy dz \end{aligned} \quad (46)$$

上式によって浮力を2部に分けて求める。

$$\int_{V_F} \delta F dv \text{ の積分}$$

LWL 以下の全船体に対する積分であるが、前述の如く船体の形状が単純でないため小型船の如く形状の変化の多い場合には、船の線図を併用して近似計算をせざるを得ない。その場合、 y に関する積分のみは、 y が中心縦軸に関し左右均一であることより

$$\int_{-y_0}^{y_0} \sin y R' dy = 0, \quad \int_{-y_0}^{y_0} y \cos y R' dy = 0$$

の如く積分によって消去されることを利用して、かかる項を予め除外できる。(45)式より

$$\begin{aligned} F_{\xi V_F} &= m_1 g \rho r_b \iiint \left[\sinh m(H + \zeta_0 + z) \{ E \cos nt + F \sin nt \} \right. \\ &\quad \left. - m \cosh m(H + \zeta_0 + z) \{ \cos nt (\phi G - \theta' L) + \sin nt (\phi K + \theta' M) \} \right] dx dy dz \\ F_{\eta V_F} &= m_2 g \rho r_b \iiint \left[\sinh m(H + \zeta_0 + z) \{ E \cos nt + F \sin nt \} \right. \\ &\quad \left. - m \cosh m(H + \zeta_0 + z) \{ \cos nt (\phi G - \theta' L) + \sin nt (\phi K + \theta' M) \} \right] dx dy dz \\ F_{\xi V_F} &= g \rho \iiint \left[1 - m r_b \tanh m H \sinh m(H + \zeta_0 + z) \{ F \cos nt - E \sin nt \} \right. \\ &\quad \left. + m^2 r_b \tanh m H \cosh m(H + \zeta_0 + z) \{ \cos nt (\phi K + \theta' M) \right. \\ &\quad \left. + \sin nt (\phi G - \theta' L) \} \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (47)$$

但し、括弧内の ζ_0 は定数

$$\begin{aligned} E &= C \cos x R \cos y R' - S \sin x R \cos y R' & F &= C \sin x R \cos y R' + S \cos x R \cos y R' \\ G &= C x \cos x R \cos y R' - S x \sin x R \cos y R' & K &= C x \sin x R \cos y R' + S x \cos x R \cos y R' \\ L &= C \sin x R y \sin y R' + S \cos x R y \sin y R' & M &= C \cos x R y \sin y R' - S \sin x R y \sin y R' \end{aligned}$$

E, F, \dots 項は、(45)式中の $A \dots A'$ 項中 y に関する積分により消失する項を除外したものである。

$$\int_{V_P} \delta F dv \text{ の積分}$$

LWL を中心とし、波面に係る舷側は大体垂直と見なせる。従って、船体の形は、 z 方向は一定と見なしうるから、 xy の積分に独立に先づ z 方向の積分が可能である。

z の積分限は、上限は、波面座標 z_0 、下限は重心であって、(42)(44)式より、

$$\begin{aligned}
z_0 &= \zeta_0 + \phi x - \theta' y + z' \\
&= \zeta_0 + \phi x - \theta' y + r_b \cos nt (C \sin x R' - C \cos x R \sin y R' \\
&\quad + S \cos x R \cos y R' + S \sin x R \sin y R') - r_b \sin nt (C \cos x R \cos y R' \\
&\quad + C \sin x R \sin y R' - S \sin x R \cos y R' + S \cos x R \sin y R')
\end{aligned} \tag{48}$$

第5図に見る如く、原点 G が、LWL 下にある場合は、(42)式中の ζ_0 は負号をもつべきであるから、(42)(43)(47)式中の ζ_0 に負号をつける。

以上より(46)式は、

$$\int_{V_P} \delta F dv = \iiint_0^{\epsilon} \delta F dv$$

z に関して独立に積分する。

$$\begin{aligned}
\int_0^{\epsilon} \sinh m(H - \zeta_0 + z) dz &= \frac{1}{m} \cosh m(H - \zeta_0 + z_0) - \frac{1}{m} \cosh m(H - \zeta_0) \\
&= \frac{1}{m} \left\{ \cosh m(H - \zeta_0) \cosh m z_0 + \sinh m(H - \zeta_0) \sinh m z_0 \right\} - \frac{1}{m} \cosh m(H - \zeta_0) \\
&\doteq \frac{1}{m} \cos H m(H - \zeta_0) + z_0 \sinh m(H - \zeta_0) - \frac{1}{m} \cosh m(H - \zeta_0) \\
&= z_0 \sinh m(H - \zeta_0) \\
\int_0^{\epsilon} \cosh m(H - \zeta_0 + z) dz &\doteq z_0 \cosh m(H - \zeta_0)
\end{aligned}$$

但し、 ζ_0 は定数

z_0 の各項に 後述の如き假定値を入れて試算すると $z_0 = \zeta_0 + \beta$, $\beta < 0.1$ 程度の値をもつ。従って上記の如き近似を行なっても、誤差は小である。

以上の如くして(43)に(46)式を代入する。

$$\begin{aligned}
F_{\xi V_P} &= -m_1 g \rho r_b \iint \left\{ \sinh m(H - \zeta_0) z_0 A - \cosh m(H - \zeta_0) m z_0 (B - D) \right\} dx dy \\
F_{\eta V_P} &= m z g \rho r_b \iint \left\{ \sinh m(H - \zeta_0) z_0 A - \cosh m(H - \zeta_0) m z_0 (B - D) \right\} dx dy \\
F_{\zeta V_P} &= g \rho \iint \left[z_0 - m r_b \tanh m H \left\{ \sinh m(H - \zeta_0) z_0 A \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \cosh m(H - \zeta_0) m z_0 (B' - D') \right\} \right] dx dy
\end{aligned} \tag{49}$$

但し、 z_0 は(48), $A \cdots A'$ は(45)式と同一である。

上式は極めて多数の項を生じ甚だ複雑になる。 F_{V_P} は、波面と重心間における浮力の変化にすぎず、その値が大になることは考えられぬ。故に、 F_{ξ} , F_{η} については、第1項中の1次の時間関数を含む項のみを、 F_{ζ} に関しては、第1項と第2項中の1次時間関数を含む項のみをとる。尚、前項の如く、 y に関しての積分により消失する項を予め除外する。

$$\begin{aligned}
F_{\xi V_P} &= m_1 g \rho r_b \iint \sinh m(H - \zeta_0) \left\{ \cos nt (\zeta_0 E + \phi K + \theta' M) \right. \\
&\quad \left. + \sin nt (\zeta_0 F + \phi K + \theta' M) \right\} dx dy \\
F_{\eta V_P} &= m_2 g \rho r_b \iint \sinh m(H - \zeta_0) \left\{ \cos nt (\zeta_0 E + \phi K + \theta' M) \right. \\
&\quad \left. + \sin nt (\zeta_0 F + \phi K + \theta' M) \right\} dx dy
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{\xi V_F} = g\rho \iint & \left[(\zeta_\theta + \phi x + \gamma_0 F \cos nt - \gamma_0 E \sin nt) \right. \\
 & - m r_b \tanh m H \sinh m (H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta F + \phi K + \theta' M) \\
 & \left. - \sin nt (\zeta_\theta F + \phi G - \theta' L) \} \right] dx dy \quad (50)
 \end{aligned}$$

§ 8. 全 有 効 浮 力

(47)(50)式を加算したものが、波浪上において自由運動をしている船に作用する全有効浮力である。

$$\begin{aligned}
 F_\xi &= F_{\xi V_F} + F_{\xi V_P} \\
 &= -m_1 g \rho r_b \iiint \left[\sinh m (H - \zeta_\theta + z) (E \cos nt + F \sin nt) \right. \\
 &\quad \left. - m \cosh m (H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi G - \theta' L) + \sin nt (\phi K + \theta' M) \} \right] dx dy dz \\
 &\quad - m_1 g \rho r_b \iint \left[\sinh m (H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta E + \phi K + \theta' M) \right. \\
 &\quad \left. + \sin nt (\zeta_\theta F + \phi K + \theta' M) \} \right] dx dy \\
 F_\eta &= F_{\eta V_F} + F_{\eta V_P} \\
 &= m_2 g \rho r_b \iiint \left[\sinh m (H - \zeta_\theta + z) (E \cos nt + F \sin nt) \right. \\
 &\quad \left. - m \cosh m (H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi G - \theta' L) + \sin nt (\phi K + \theta' M) \} \right] dx dy dz \\
 &\quad + m_2 g \rho r_b \iint \left[\sinh m (H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta E + \phi K + \theta' M) \right. \\
 &\quad \left. + \sin nt (\zeta_\theta F + \phi K + \theta' M) \} \right] dx dy \\
 F_\zeta &= F_{\zeta V_F} + F_{\zeta V_P} \\
 &= g\rho \iint \left[\left[1 - m r_b \tanh m H \sinh m (H - \zeta_\theta + z) (F \cos nt - E \sin nt) \right. \right. \\
 &\quad \left. + m^2 r_b \tanh m H \cosh m (H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi K + \theta' M) \right. \\
 &\quad \left. \left. + \sin nt (\phi G - \theta' L) \} \right] dx dy dz \right. \\
 &\quad \left. + g\rho \iint \left[(\zeta_\theta + \phi x + \gamma_0 F \cos nt - \gamma_0 E \sin nt) \right. \right. \\
 &\quad \left. - m r_b \tanh m H \sinh m (H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta F + \phi K + \theta' M) \right. \\
 &\quad \left. \left. - \sin nt (\zeta_\theta F + \phi G - \theta' L) \} \right] dx dy \right] \quad (51)
 \end{aligned}$$

§ 9. 船 の 運 動 式

船に作用する外力が、波作用のみの場合の運動式は(1)式によって、

$$\begin{aligned}
 M \frac{d^2 \xi_\theta}{dt^2} &= F_\xi - R_\xi \\
 M \frac{d^2 \eta_\theta}{dt^2} &= F_\eta - R_\eta \\
 M \frac{d^2 \zeta_\theta}{dt^2} &= F_\zeta - W - R_\zeta \quad (52)
 \end{aligned}$$

但し, R_ξ , R_η , R_z = 船の運動に対する水の抵抗の分力

W = 船の自重

船の運動に対する水の抵抗, 船と共に運動する水の付加質量の添加, 船の自由振動は一応除外すると, (5)式の左辺は, (6)式に見る如く, F_ξ , F_η は総て時間因子をもつ項に集合される。従って, その運動は常に存在し止むことが無い。第3式の如く, 船に或特定位置を取らしめる様押しすめる項を欠くからである。式を解いて重心の運動の軌道を求めるとだ円形になる。式中の角度 α の取り方によって, 波向と船との関係に依ずる振動の振幅および軌道形が求められ, 港内波高と船の振動範囲の関係が明らかになる。渡辺博士⁶⁾は, トロコイド波上における船の運動式中の横揺角 θ に位相の屈れを導入することにより, 時間に無関係な項すなわち漂流せしめる力の存在を証している。

以上の如き自由運動に拘束を与えて, 運動の様相を変化せしめるものが錨の牽引である。

上に求めた式は, 泊地にある小型船が受くべき波以外の外力の方向を一般化するために多少複雑になっているが, それ等の方向と座標軸の何れかを一致せしめれば, 簡単化できる。又, (6)式中に動揺角の効果をあらかずために角 ϕ , θ' を含ましてあるが, それ等には $m = \frac{2\pi}{\lambda}$ と共に3角関数がかかって居り, その値は小となるから, これを微小として無視すれば式は甚だ簡単になる。動揺による浮力の不均衡量中 ξ , η 方向の分力は全く無視してよくなる。

船の線図を用いて計算する場合には, 船体を縦, 横に数ブロックに分割し, 各ブロック毎に3角関数を求めて, x , z 方向に集計する。

各々のブロックの値又はその平均値を定数ととるから, 各式は次式の如く予め y について積分しておき, それぞれ y の定値を入れる。

$$\begin{aligned}
 F_\xi = & -m_1 g \rho r_b \int \left[\left[\sinh m(H - \zeta_\theta + z)(E' \cos nt + F' \sin nt) \right. \right. \\
 & \left. \left. - m \cosh m(H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi G' - \theta' L') + \sin nt (\phi K' + \theta' M') \} \right] dx dz \right. \\
 & \left. - m_1 g \rho r_b \int \left[\sinh m(H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta E' + \phi K' + \theta' M') \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sin nt (\zeta_\theta F' + \phi K' + \theta' M') \} dx \right. \right. \\
 F_\eta = & m_2 g \rho r_b \int \left[\left[\sinh m(H - \zeta_\theta + z)(E' \cos nt + F' \sin nt) \right. \right. \\
 & \left. \left. - m \cosh m(H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi G' - \theta' L') + \sin nt (\phi K' + \theta' M') \} \right] dx dz \right. \\
 & \left. + m_2 g \rho r_b \int \left[\sinh m(H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta E' + \phi K' + \theta' M') \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sin nt (\zeta_\theta F' + \phi K' + \theta' M') \} dx \right. \right. \\
 F_z = & g \rho \int \left[\left[2y_0 - m r_b \tanh m H \sinh m(H - \zeta_\theta + z)(F' \cos nt - E' \sin nt) \right. \right. \\
 & \left. \left. + m^2 r_b \tanh m H \cos hm(H - \zeta_\theta + z) \{ \cos nt (\phi K' + \theta' M') \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sin nt (\phi G' - \theta' L') \} \right] dx dz \right. \\
 & \left. + g \rho \int \left[(2\zeta_\theta y_0 + 2\phi x y_0 + \gamma_0 F' \cos nt - \gamma_0 E' \sin nt) \right. \right. \\
 & \left. \left. - m r_b \tanh m H \sinh m(H - \zeta_\theta) \{ \cos nt (\zeta_\theta F' + \phi K' + \theta' M') \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin nt (\zeta_\theta F' + \phi G' - \theta' L') \} \right] dx \right] \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{但し, } E' &= \frac{2}{R'} (C \cos x R \sin y_0 R' - S \sin x S \sin y_0 R') \\
F' &= \frac{2}{R'} (C \sin x R \sin y_0 R' + S \cos x R \sin y_0 R') \\
G' &= \frac{2}{R'} (C x \cos x R \sin y_0 R' - S x \sin x R \sin y_0 R') \\
K' &= \frac{2}{R'} (C x \sin x R \sin y_0 R' + R x \cos x R \sin y_0 R') \\
L' &= \frac{2}{R'} \left(\frac{C}{R'} \sin x R \sin y_0 R' + \frac{S}{R'} \cos x R \sin y_0 R' - C \sin x R y_0 \cos y_0 R' \right. \\
&\quad \left. - S \cos x R y_0 \cos y_0 R' \right) \\
M' &= \frac{2}{R'} \left(\frac{C}{R'} \cos x R \sin y_0 R' - \frac{S}{R'} \sin x R \sin y_0 R' - C \cos x R y_0 \cos y_0 R' \right. \\
&\quad \left. + S \sin x R y_0 \cos y_0 R' \right) \\
R &= m \cos(\alpha + \gamma), \quad R' = m \sin(\alpha + \gamma), \quad m_1 = m \cos \alpha, \quad m_2 = m \sin \alpha \\
C &= \cos(m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0), \quad S = \sin(m_1 \xi_0 - m_2 \eta_0), \quad m = \frac{2\pi}{\lambda} \\
r_0 &= \frac{1}{2} h, \quad r_b = \frac{h}{2} \frac{1}{\sinh m H}
\end{aligned}$$

試算の資料として、次の如き船および波を標準とした。

木造船	長	26.8m	幅	6.75m	深	3.03m	150 総噸
波	高	1 m	波長	30m	水深	5 m	

参 考 文 献

- *1
- *2 Kriloff General Theory of The Oscillation of A ship on Waves vol. XI, T. I, N. A. (1897)
- *3 同 上
- *4 渡辺恵弘 横振動における船の重心の運動と波の有効傾斜に就いて 造船協会々報 49号