

回転する硬式球の変化

角 田 大 斗¹, 松 井 颯², 石 田 宗 之³

Change of Revoluting Hardball

Hiroto KAKUTA¹, Hayate MATSUI², Muneyuki ISHIDA³

In pitching of baseball, revolution of ball induces circulating flow of the air, which makes its trajectory change because of the floating force, called Magnus force. We reviewed the mechanism of this phenomenon, especially by using the recent result⁽²⁾ of numerical analysis. We have directly observed the change of trajectory from the video-shooting record of a pitching by Hayate Matsui in the 2022 spring series of Tohto University Baseball League. The estimated upward shifts of his fastballs are consistent with the ones measured by the ball tracking system, Rapsodo, at the WHITE BASE-BALL ACADEMY in Tsukuba city. We consider how to improve Matsui's pitching, especially, the best way of taking a striking out, based on the latest result of fluid mechanics.

キーワード： 野球, 変化球, 回転数

keywords : baseball, breaking ball, number of revolutions

1 はじめに

野球の投手が投球する際にボールに回転を与えると、周りの空気が引きずられて球に働く揚力が変わり、軌道が変化する。回転軸の方向や回転数 (rpm : 回転 / 分)、球速を変化させれば、様々な変化球を投げることができる。ボールの進行方向に対してバックスピンするボールを直球というが、バックスピンはボールの周りの気流を変化させ、上向きの揚力を生み出す。これを正のマグナス力という。重力による落下が抑制されて軌道は直線に近くなるので直球と呼ばれる。

一様流中の球の周りの流れは古典的なテーマだが、野球の投球のように高速の流れの研究が始まったのはそれほど古くない。ごく最近、東工大の青木教授を中心とする東工大、九州大、慶応大の共同研究グループによって大規模な数値計算が行われ、この分野で劇的な進歩⁽²⁾があった。野球の硬式球には縫い目 (シーム : seam) のところに 1mm 程度の盛り上がりがあり、軌道に少なからぬ影響を与える。この研究では、108 個のシームを縫い糸の形状に至るまで、ナビエ・ストークス方程式の移動する境界条件として取り入れ、実際の球の軌道をほぼ正確に再現することに成功した。

大谷投手のスーパーの軌道解析^{(3),(4)}に見られるように、投手が投じるボールの初速と回転数、回転軸がわかればその後の軌道が完全に再現できる時代が来た。

投手目線でいうと、計測機器が進歩し、投球の画像解析を行うことによって、ボールの球速、軌道、回転数が一球ごとに正確に計測できるようになり、「変化球は自分で作れる時代」と言われている。

本稿は、令和 4 年度の明星大学卒業論文⁽¹⁾を再編集した教育ノートである。最新の学術的成果をめざすものではないことを断っておく。流体力学的見地から、松井の投球を改善するヒントを得ることが目的である。初めに流体力学のマグナス力について紹介し、硬式球の変化の機構を文献を引いて説明する。次に松井の実際の投球をスマホで撮影した画像を用いて、軌道に線を引く素朴な方法で、回転球に働くマグナス力を検証する。一方、松井の投球は画像解析システムでその初速と回転数が測定されているので、卒業論文執筆当時は知らなかった文献⁽²⁾から得られる知見を踏まえて、投球を改善する方法を流体力学的見地から考察する。最後に、どうやって実際に打者から空振りをとるかについて考えたい。

1 リコージャパン株式会社 (令和 4 年度明星大学理工学部総合理工学科物理学系卒業生)

2 株式会社読売巨人軍 (令和 4 年度明星大学理工学部総合理工学科物理学系卒業生)

3 明星大学理工学部総合理工学科 准教授 素粒子論

本論文は令和 4 年度卒業論文⁽¹⁾を再編集したものです。

2 流体力学

2.1 マグナス力

粘性流体の流れはナビエ・ストークス方程式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left(\frac{1}{\rho} P \right) + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (1)$$

左辺第1項と第2項を併せた $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} := \frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ は流れに沿っての速度場 \mathbf{v} の微分を表し、第2項は慣性項とよばれる。右辺の P は気圧である。第2項は粘性の効果を表わし、動粘性率 $\nu := \mu/\rho$ は空気の密度 ρ (20℃ 1気圧で 1.20g/l) と粘性係数 $\mu(0.0181 \times 10^{-3} \text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2)$ を用いて $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ で与えられる。

一様流の速さ u 、球の直径 ℓ 、典型的な時間 ℓ/u を基準として (1) を無次元化すれば、

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{\mathbf{v}} = -\tilde{\nabla} \tilde{P} + \frac{1}{Re} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{v}} \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}/u, \quad \tilde{t} = t u/\ell, \quad \tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/\ell, \quad \tilde{\nabla} = \ell \nabla, \quad \tilde{P} = \frac{1}{\rho} P/u^2.$$

となり、レイノルズ数

$$Re = \frac{u\ell}{\nu} \quad (3)$$

を唯一の無次元定数に持つ形に変形される。従って流体の流れは相似則を満たす。ここで u は球速に一致する。

流れを記述するもう一つの基本量は渦度 $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v}$ である。 u が増えると Re も増える。 $Re < 20$ では球表面からの剥離のない層流で、 $Re < 300$ までは定常的な渦輪が後流にできるが、それ以上 Re が大きくなると渦輪を後方に周期的に放出し、不安定になる。 Re の増加と共に乱れの度合は益々大きくなって乱流になるが、最終的には粘性項の効果で減衰消滅する。しかし Re が数万程度になると、粘性項よりも慣性項の効果が主になり、乱流から戻らなくなる。この境界を限界レイノルズ数とよび、滑面球では 20 万⁽²⁾ から 38 万程度^{(5),(6)} の値になる。物体に丸みがあり、流入する流れに乱れない場合にはかなり大きな Re まで層流状態を保つが、一般に限界レイノルズ数付近の層流は極めて不安定で、僅かの振動や擾乱でも乱流に遷移する。

ナビエ・ストークス方程式 (1) に加えて、連続の式は流体のもう一つの基礎方程式である。投球では一様流の速さ u は音速よりも十分に小さく、流体は非圧縮で ρ は定数とみなせるので、連続の式から

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (4)$$

が成り立つ。

粘性のない $\nu = 0$ の流体を理想流体 (完全流体) とよぶ。

(1) 式の第2項は

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{v} \quad (5)$$

と変形できるので、渦度 $\text{rot } \mathbf{v} = 0$ の渦なしの流体では (5) 式右辺第2項は消える。さらに非圧縮 $\text{div } \mathbf{v} = 0$ で ρ が定数とすれば、定常状態の完全流体で

$$\nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}^2 + \frac{1}{\rho} P \right) = 0 \Rightarrow \rho \frac{\mathbf{v}^2}{2} + P = \text{一定} \quad (6)$$

が成り立つ。空気の流速 v が大きいほど気圧 P が小さい。これはベルヌーイの定理として広く知られている。

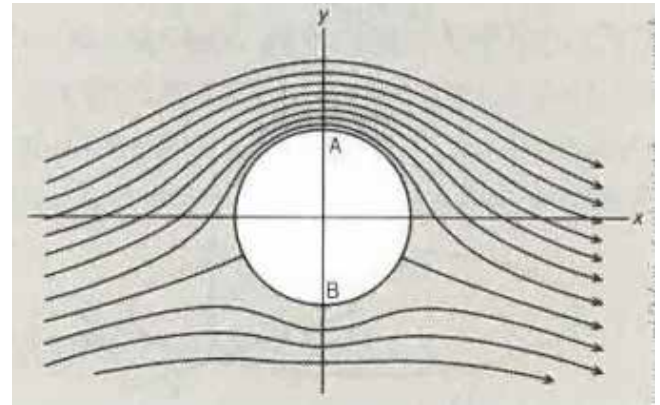


図1 円柱の周りの理想流体の流れ、負の循環がある場合。文献 (7) より引用。

例えば円柱の周りの循環 $\kappa = \oint_{C_R} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$ をもつ完全流体の速度ベクトルと揚力は次の式で与えられる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \frac{R^2}{r^2} \left(\mathbf{u} - 2 \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{r} \right) + \frac{\kappa}{2\pi r} \mathbf{e}_\varphi, \quad \mathbf{F} = \rho \kappa \mathbf{u} \times \mathbf{e}_z. \quad (7)$$

\mathbf{u} は充分遠方での流体の速度ベクトルであり、図1では x 方向を向いている。 R は円柱の半径で \mathbf{e}_z は円柱軸方向の単位ベクトルである。 \mathbf{e}_φ は xy 平面上で、 z 軸を中心とし反時計周りの向きを持つ単位ベクトルであり、図1ではこれとは逆向きの ($\kappa < 0$) の循環を持つ式 (7) の流れが描かれている。負の循環はバックspinに対応する。そのため $y > 0$ での流速は $y < 0$ のそれより速くなっており、円柱の上側の圧力が下側より小さくなるので上向きの揚力 \mathbf{F}_L を生じる。この力をマグナス力と呼ぶ。揚力の大きさ F_L は流速 u と循環 κ の大きさに比例する。一方反作用をうけた後流の向きは y 軸下向きに変化する。即ち揚力の向きは前流から後流の流れの変化の向きと逆になる。ただし完全流体では摩擦がないから、円柱が回転しても循環は生じない。

(2) 式で、 R_e が非常に大きい場合は、(3) 式からわかるように粘性項が非常に小さい場合である。 ν/l に比べて u が大きいので乱流を生じやすいが、この場合でも層流の部分は完全流体のような流れになり、物体の上面と下面に速さの差があれば圧力差を生じてマグナス力が働くと言ってよい。

2.2 境界層

物体のごく近くでは流体を構成する粒子は、分子間力のため物体の表面に貼り付いており、相対速度は 0 になっている。そのため速い流れでは外部の層流との間に非常な速度の差を生じ、表面近くに渦度が集中した薄い境界層が形成される。流体の物体に対する速度は境界層内で u 程度から 0 まで急減する。

回転していない滑面球に対する風洞実験⁽⁵⁾によれば、臨界レイノルズ数以下で境界層は層流で前方よどみ点から測って 75° の位置で剥離する。しかし臨界レイノルズ数をこえてさらに速度を上げていくと、層流境界層は $100^\circ \sim 110^\circ$ 付近で乱流境界層に遷移し、そのまま球の後方に移動して $135^\circ \sim 140^\circ$ 付近で剥離する。乱流境界層は層流境界層に比べて剥離しづらい。この過程で抗力 (Drag force) は劇的に減少する。この現象はドラッグクライシスと呼ばれ、古くから知られている^{(8),(2)}。この境界層の乱流化に伴う剥離線の後退が、硬式球においても変化の鍵になる。

2.3 変化球のメカニズム

ここでいう硬式球は

外周 $\pi l = 22.9 \sim 23.5$ cm, 重量 $M = 141.7 \sim 148.8$ g

に定められている。直径 $l = 7.3 \sim 7.5$ cm の下限 (上限) が概ね日本 (米国) 球に対応する。プロ野球投手の平均的な球速 $u = 150$ km/h = 41.7 m/s は

$$R_e = \frac{ul}{\nu} = 2.1 \times 10^5 \quad (8)$$

21 万はまさに臨界レイノルズ数付近である。これが魔球と呼ばれる球種がいくつも生み出される原因である。

回転数が極めて小さいナックルボールは横に振動し、速度も大きく変化する。溝田ら^{(9),(10)}はこの現象が、ゆっくり横回転するボールの片側で層流剥離、もう一方で縫い目 (seam : シーム) がトリガーとなって乱流に遷移した境界層の剥離線が大きく後退し、後流の向きが変化するためであることを見出した⁽¹¹⁾。ボールの回転に伴って順次振動的な横力が作用するためにボールは震えて飛ぶのである。

バックスピンする滑面球でも同様のことが起こる。一様流の速度 u に対する回転球表面の移動速度の比をスピネレートという。単位時間当たりの平均回転数を f とすれば球直径 l を用いて、スピネレート Γ は以下で与えられる。

$$\Gamma = \frac{\pi l f}{u} \quad (9)$$

滑面球では $R_e \sim$ 数十万、 $\Gamma = 0.0 \sim 0.7$ の広い領域で負のマグナス力が存在することが知られている^{(12),(13)}。

$\Gamma > 0$ の直球の下面では上面に比べて、表面に対する流れの相対速度が増すため、境界層が乱流に遷移して剥離線の後退がおこる。そのため後流は上向きにシフトする。同時に下側の層流の速さが増加し圧力が減り、バックスピンにもかかわらず揚力が負になるのである。

硬式球で、滑面球に見られる負のマグナス効果が実際に存在するかどうかは長らく未解決であった。縫い目の部分を考慮した数値解析^{(14),(15)}では、当時の計算機の能力の限界もあり、実験との一致は定性的なものにとどまった。近年、東工大の青木教授を中心としたグループにより、縫い目の糸の形状まで取り込んだ極めて精細な数値解析が行われた⁽²⁾。“回転する物体上の縫い目 (突起) は、上面では境界層の剥離を下流側に移動させ、下面では剥離を上流側に移動させる効果がある。まさに正のマグナス効果と同じであり、それを助長するといえる。”⁽²⁾ このためバックスピンする滑面球で観測された負のマグナス力の大部分は打ち消されてしまう。進行方向から見て、1 回転する間に縫い目 (シーム) が 2(4) 回通過するボールをツー (フォー) シームというが、ツーシーム軸をもつボールの回転角がある範囲 $-30^\circ \sim 90^\circ$ にある時に負のマグナス力 (負の揚力) が働くことが初めて明らかになった。これがバックスピンするフォークボールが自由落下に近い軌道を描く原因である⁽²⁾。同じ $u = 151.2$ km/h で $f = 1100$ rpm でも、4 シームでは、負のマグナス効果はボールのどの回転角度でも観測されない。ツーシームでも 1 回転全てを平均した揚力は、 $\Gamma = 0.05 \sim 0.25$ のすべてで正になっている⁽²⁾。

3 変化量の現象論的な式

回転球に働く揚力の平均値 \bar{F}_L を導く現象論的な式を求めたい。平均を取るのには、低回転とされるフォークボールでも $f \sim 1000$ rpm 程度の回転数を持っており、投本間の 18.44 m を飛行する間に 7,8 回程度回転するからである。ナックルボールのような無回転に近い球種以外は平均をとって構わないと考えられる。次元解析のバッキンガムの π 定理を用いよう。今物理量は

$$\bar{F}_L \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right], \mu \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right], \ell [m], u \left[\frac{m}{s} \right], \rho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right], f \left[\frac{1}{s} \right]$$

の6つある。これから作られる独立な無次元量は $6 - 3 = 3$ 個であり、それは以下のようにとれる。

$$\pi_1 = \frac{\bar{F}_L}{\rho u^2 \ell^2}, \quad \pi_2 = \frac{\mu}{\rho u \ell} = \frac{\nu}{u \ell} = \frac{1}{Re}, \quad \pi_3 = \frac{f \ell}{u} = \frac{1}{\pi} \Gamma$$

Γ はスピンレートである。質量、長さ、時間の3つの単位のスケールの変更を考えれば、物理法則はこれら3つの無次元量の間でなければならぬことがわかる： $\pi_1 = g(\pi_2, \pi_3)$ 。ここで任意関数 $g = \frac{\pi}{8} C_L$ に置きなおせば

$$\bar{F}_L = \rho u^2 \ell^2 \frac{\pi}{8} C_L(R_e, \Gamma, \Phi) \quad (10)$$

を得る。縫い目のある硬式球のどこに回転軸があるかを表す変数 Φ を加えておいた。 C_L は揚力係数であり、無次元量 R_e 、 Γ 、 Φ の関数になる。これは一般的な結果である。

ここからは現象論の話である。文献(2)図15に球速 $u=151.2 \text{ km/h}=42 \text{ m/s}$ の場合、直球に働く揚力 \bar{F}_L の計算結果が示されている。2シームと4シームの直球の \bar{F}_L の、 $\Gamma = 0.05 \sim 0.25$ に対応する各5つの値を図から読み取った。そして(10)から揚力係数 C_L を換算し、1次近似

$$C_L(R_e, \Gamma, \Phi) = a_\Phi + k_\Phi \Gamma \quad (11)$$

を用いて最小二乗法でフィットした。係数 a_Φ, k_Φ は R_e のみの関数である。ここで $\Phi = (2), (4)$ は、各々2,4シーム(1回転の間に縫い目が2,4回通過する)を区別する添え字である。結果を図2に示す。

4シームは1次式できれいにフィットされ、 $(a_{(4)}, k_{(4)}) = (0.096, 0.552)$ を得た。2シームでは $(a_{(2)}, k_{(2)}) = (-0.001, 0.790)$ を得たが、初めから $a_{(2)} = 0$ とおいて線形近似で問題なくフィットでき、 $k_{(2)} = 0.785$ を得た。低い Γ の領域、特に $\Gamma = 0.10$ が低くなっているのは負のマグヌス効果によるものだが、1回転全てで平均するとこの場合でも揚力は正になる。4シームの場合の回転数によらない揚力成分 $a_{(4)} \neq 0$ の存在は、乱流境界層の剥離線の後退と関係がありそうである。これについては大谷投手のスーパーの解析(3),(4)の紹介の項でも言及する。

最も問題になるのは、 a_Φ, k_Φ の $R_e (= u\ell/\nu)$ 依存性である。 \bar{F}_L の u 依存性は明らかでないが、松井の球速は $u = 120 \sim 150 \text{ km/h}$ で実用上 Γ に比べて R_e の領域は小さい。そこで多少乱暴だが様々な仮定を用いて u 依存性の大きさを評価しよう。まず k_Φ だが、 R_e が非常に大きい今の

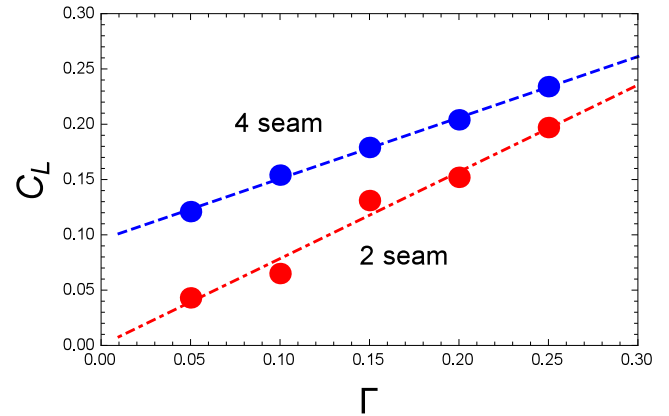


図2 揚力係数 C_L のスピンレート Γ 依存性：文献(2)図15のデータを読み取って、1次近似でフィットした線を書き入れた。

場合、球の前面の非常に薄い境界層の外の層流領域ではベルヌーイの定理(6)に従って圧力が変化していると考えてよからう。球の上部と下部の境界層外との速度差が、表面の回転速度 $u\Gamma$ に比例するならば圧力差 $\Delta P \propto u^2 \Gamma$ となり、これが揚力 \bar{F}_L を生む。この時(10)、(11)式より、 k_Φ は R_e に依存しない定数になる。そこで a_Φ が

- i) R_e に依存しない： $a_\Phi(R_e) = \hat{a}_\Phi$
- ii) R_e に反比例する： $a_\Phi(R_e) = \frac{\hat{a}_\Phi}{R_e} = \hat{a}_\Phi \frac{\nu}{u\ell}$ (12)

の2つの場合を考えて、速度依存の大きさを評価しよう。 \hat{a}_Φ は R_e に依存しない定数である。ii)の場合、 \bar{F}_L が球速 u に比例する線形性を仮定したことになる。

$$\bar{F}_L = \rho \frac{\pi \ell^2}{8} u^2 \left(a_\Phi(R_e) + k_\Phi \frac{\pi \ell f}{u} \right) \quad (13)$$

で与えられる。 $X_{PC} = 18.44 \text{ m}$ 先での全変化量 T は

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{X_{PC}}{u} \right)^2 \frac{\bar{F}_L}{2M} = \frac{\rho \pi \ell^2 X_{PC}^2}{16M} C_L \\ &= \frac{\rho \pi \ell^2 X_{PC}^2}{16M} \left(a_\Phi(R_e) + k_\Phi \frac{\pi \ell f}{u} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

即ち T は C_L そのものである。式(12)、(14)を変化量の解析に用いる。

回転軸が打者の方に倒れている角度を α としたとき、球の上下左右の変化に寄与するのは揚力の余弦成分 $\bar{F}_L \cos \alpha$ である。このため $\cos \alpha$ を回転効率という。 $\alpha = 90^\circ$ の場合をジャイロ回転と呼び、硬式球は抗力のみを受けて自由落下に近い軌道を描く。松井の投球は $\alpha \simeq 0$ であり、回転効率は100%に近いので、上式では $\cos \alpha = 1$ にとった。



図 3 対城西戦の投球のコマ送りの図(赤線はリリースと1コマ目を結んだ直線、緑線は自由落下から予想される軌道、その間に実際のボールがコマ送りで示されている。1コマの時間間隔は0.035秒である)。図は高畠規子氏による。

No.	球速	x_1	Y_{F1}	x_2	Y_{F2}	Y_F	縦の変化量 L
1	150	77.50	55.40	343.00	40.60	53.85	42.12cm
2	149	169.84	44.31	317.53	36.92	46.70	50.56cm
3	149	59.70	47.99	313.84	44.30	51.49	45.77cm
4	149	81.20	40.60	324.90	33.20	41.40	55.86cm
5	149	132.90	59.10	310.20	44.40	58.50	38.76cm
平均	149.2	104.23	49.48	321.89	39.88	50.39	47±6cm

表 1 松井颯の直球の縦の変化量 L : 中田法に基づく測定値。長さ(球速)の単位は cm(km/h)。令和 4 年 5 月 7 日 ジェットブラックフラワースタジアム(足利市営球場 対城西戦)にて計測。

No.	$f_{rot}(rpm)$	ϕ (度)	u (km/h)	縦変化量 L	横変化量 S	全変化量 T
1	2389	32.0	150.0	45.1cm	28.0	53.08
2	2363	35.0	150.5	43.4cm	30.5	53.05
3	2375	45.0	151.0	36.6cm	37.1	52.11
4	2160	29.0	150.0	43.3cm	24.2	49.60
5	2388	33.0	150.0	44.5cm	29.2	53.22
6	2477	32.0	149.7	45.7cm	29.5	54.39
平均	2359	34.33	150.20	43±3cm	29.75	52.58

表 2 松井颯の直球 6 球のラブソード・データ。 f_{rot} は True Spin(= $f \cos \alpha \simeq f$)。変化量の単位は cm。明星大学硬式野球部投手松井颯が 2020 年 2 月 20 日つくば市にある WHITE BASEBALL ACADEMY で投げた直球 6 球のデータ。

4 直球の変化量の測定

実際にマグナス力が働いて軌道が変化することを確認するために、硬式球を用いた実験を行って、直球の縦の変化量 L を測定する。ここで縦（横）の変化量 $L(S)$ と全変化量 T の関係は以下で与えられる。

$$T = \sqrt{L^2 + S^2}, \quad L = T \cos \phi \quad (15)$$

回転軸の方向角を ϕ ($\phi = 0$ が 0:00 時の方向) とした。

4.1 中田法による実測

中田泰暉氏（明星大学理工学部物理学系令和3年度卒業生）の卒業研究⁽¹⁶⁾では、同大野球部の池田尚祈選手と早乙女大輝選手に協力して頂き、池田投手にほぼ一定の調子でストレートを投げてもらい、その軌道をスマートフォンで撮影して縦の変化量 L を求めた。本論文では、松井颯の投球を撮影し、同様の解析を行った。

松井の2022年春季リーグ戦（令和4年5月7日足利市営球場対城西大学戦）の投球を、球場のスピードガンで球速を測定し、 $u \simeq 150$ km/h 程度が出ている直球5球を選び、一塁側からスマートフォンのカメラで撮影した。図3のように動画をコマ送りにしてリリース直後のコマのボールの位置を原点 O とし、次のコマのボールの通過点を x_1 とする。 O 、 x_1 の2箇所を直線で結び、その直線の $X_{PC} = 18.44$ m 地点と実際のボールが到達した Y_F を比べて落下量 Y_{F1} を計測し、真の落下量 Y_F を推定する。球速の減少は10%程度だとわかっているのでこれを無視して、軌道 $y = f(x)$ は放物線であると仮定すれば、簡単な計算で以下を得る。

$$Y_F = Y_{F1} \frac{X_{PC}}{X_{PC} - x_1} \quad (16)$$

無回転球の落下量 Y_{FF} は重力加速度 9.8 m/s² から求め

$$L = Y_{FF} - Y_F, \quad Y_{FF} = 96.0 \left(\frac{150 \text{ km/h}}{u} \right)^2 \text{ cm} \quad (17)$$

を得る。これを中田法と名づけた（図4参照）。

実際には3コマ目の点 x_2 もとって、上の場合と同じようにして Y_F を求める。1投球について2つの値を平均して真の落下量 Y_F を推定する。結果を表1に示した。

4.2 ラプソードを用いた結果

これとは別に松井の球の変化量は、最新の機器を使って測定されている。ラプソード (Rapsodo) と呼ばれるシステム

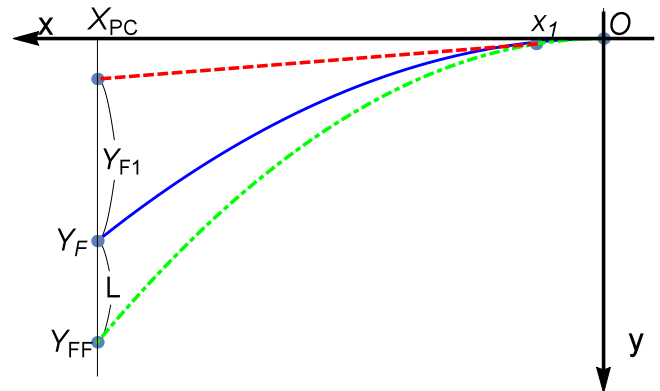


図4 ボール軌道の概念図。

は、投球を撮影した画像を解析することで、球の回転数や回転軸、変化量を即時に計測することができる。つくば市 WHITE BASE-BALL ACADEMY で2020年2月20日に松井颯が投げたストレート6球に対して、ラプソードを用いた測定結果を表2に示す。縦（横）の変化量 $L(S)$ はラプソードによる値である。表1によれば松井颯のストレートの縦の変化量は平均で 47 ± 6 cm であり、これは表2の Rapsodo による縦の変化量 43 ± 3 cm にほぼ一致する。

松井の全力投球の球速と回転数は、2つの測定でほぼ同じであると考えられるので、結果が一致するのは当然である。しかし図3のように素朴にボールの軌道を写真に撮って線を引いて落下距離を求めて、球の変化量を正しく推定できることは驚きである。

5 ラプソードデータを用いた投球の解析

松井の25投球のラプソードによる測定結果を図5に示した。球種は6種で、球速 $u = 120$ km/h ~ 150 km/h まで様々に分布している。卒業論文⁽¹⁾では、全投球に対して単純に全変化量 T は回転数 f と球速の逆数 u^{-1} に比例すると仮定して解析を行い、 T は f に比例するという結論を得た。そしてあらゆる変化球を記述する現象論的式の候補として

$$T = T_0 \frac{f}{2400 \text{ 回/分}} \frac{150 \text{ km/h}}{u}, \quad T_0 = 55.1 \pm 8.5 \text{ cm} \quad (18)$$

を提案した。式(18)で誤差が非常に大きくなっているのは、卒業論文では、硬式球の縫い目（シーム）の効果が全く考慮されていなかったためだと考えられる。また、卒業論文では、 T が u に反比例するかどうかは結論が出なかったが、新しい文献(2)によれば、変化の機構は複雑で、単純に

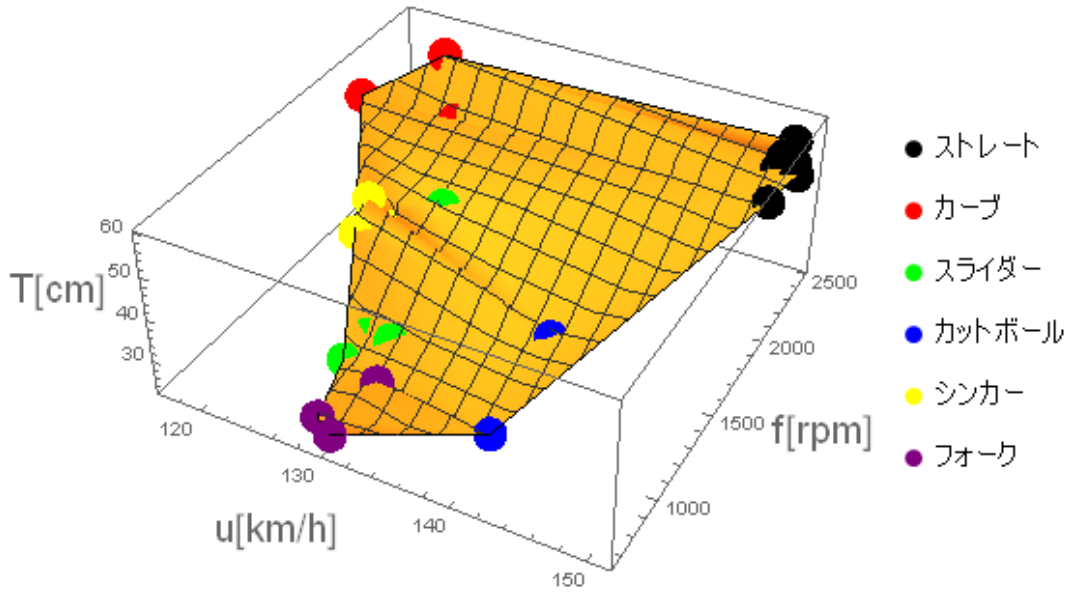


図 5 松井颯の 25 球の投球の Rapsodo の解析結果：球速 u [km/h]、回転数 f [rpm]、変化量 S [cm]。球種はストレート (10 球)、カーブ (3 球)、スライダー (4 球)、カットボール (2 球)、シンカー (3 球)、フォーク (3 球)。球速 150 km/h 程度がストレート。回転数 1000 rpm 程度がフォーク、カットボール、スライダー。回転数 1500 rpm 程度が主にシンカー。回転数 2000 rpm 以上で球速 120 km/h 程度がカーブ。

u^{-1} , f に比例するというものではない。実際、文献 (2) の結果を利用した揚力係数 C_L に対する現象論的式 (11) において 2 シームでは $a_\Phi = 0$ だが、4 シームでは $a_\Phi \neq 0$ の寄与は無視できない。2 シームと 4 シームで揚力の差は大きく、今となつては、公式 (18) は改訂されなければならない。1 つの問題は、同じ名前の変化球でも投手によって回転軸はまちまちであることである。縫い目のある硬式球から見て同じ回転軸の位置であっても回転軸の傾き ϕ や α が異なるだけで、違う球種で呼ばれることもありそうである。フォークボールは 2 シームと言われているが、例えば千賀投手のフォークは $\alpha = 90^\circ$ のジャイロ回転であり、松井のフォークとは異なっている。唯一確かなのはストレートが 4 シームであることである。シームには正のマグヌス効果がある⁽²⁾。4 シームの直球は縫い目を最も有効に使って最も大きな揚力を生み出していると考えられる。逆に 2 シームは、縫い目の正のマグヌス効果が弱く、揚力が少ない。そこでこういう仮説が考えられる。

「回転数と球速が同じであれば、特別な変化球でない限り、全変化量 T は 2 シーム直球の変化量と、4 シーム直球の変化量の間にある。」

この仮説を松井の投球データを用いて検討しよう。式 (14) を以下の形に変形する。

$$\frac{u}{u_0} T = \frac{\rho \pi \ell^2 (X_{PC} - \Delta x)^2}{16M} \left(a_\Phi (R_e) \frac{u}{u_0} + k_\Phi \frac{\pi \ell f}{u_0} \right) \quad (19)$$

左辺を速度補正変化量とよぼう。基準となる速さ u_0 として

松井の直球の平均である 150 km/h をとる。 $X_{PC} = 18.44$ m はピッチャープレートとホームベース間の距離だが、投手はプレートを後足で踏んで、前にせり出して投げるので、実際の飛行距離は X_{PC} よりも小さくなる。 Δx はその減少分に対応する。

$$\Delta x = 1.3 \text{ m} \quad (20)$$

にとれば、ラプソードによる松井の直球の T の測定値を再現することができた。卒業論文⁽¹⁾ で得た図に、文献 (2) を用いて本稿で推定した 2 シームと 4 シームの変化量の式をグラフ化して書き込んだ結果を図 6 に示す。

実線は $u = 150$ km/h の場合で文献 (2) の結果に基づく。速度依存の程度を示すために (12) 式の仮定 i) を用いた場合の 4 シーム線の速度依存性を $u = 120 \sim 160$ km/h の範囲で示した。対応して補正変化量は 7 cm 程度変化した。この程度が理論的誤差だと考えられる。前述したように 2 シーム線に速度依存性はないとした。

予想通り 4 シームのストレートを横切る青線と 2 シームの赤線の間 globally 収まっている。これは先に述べた仮説の正当性を示唆する結果である。即ち回転軸の調整によって 2 シームから 4 シームの線まで全変化量をコントロールできると考えられる。

図 6 の青い破線は卒業論文⁽¹⁾ のフィットであり、回転数 $f = 600 \sim 2400$ rpm にかけて 2 シームの領域から 4 シームの領域をつないでいる。縫い目を無視したこの解析はフィットはうまくいっても物理的に正しいとは言えない。

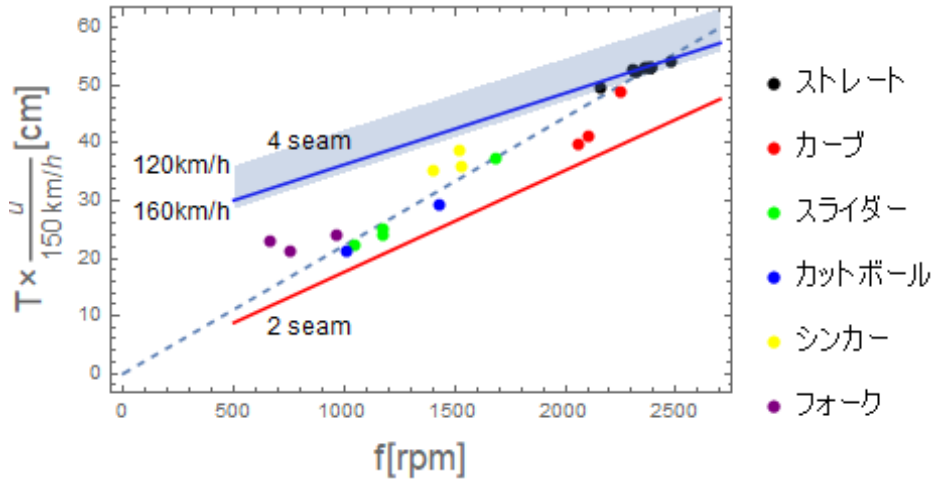


図6 補正変化量（縦軸）の回転数 f 依存性。文献(2)のデータを用いて本稿で推定された式(19)による2シーム(赤)と4シーム(青)の $u = 150 \text{ km/h}$ の場合の変化量を実線で示した。4シームの青いシェードの領域は $u = 120 \sim 160 \text{ km/h}$ に対応する予測の不定性を示す。破線は令和4年度卒業論文⁽¹⁾のフィット。

図6の2(4)シームのグラフから、松井の投球に関して以下の改善点が見えてくる。

[変化球の回転軸のチェック]

回転軸を安定させることで、変化量を図6の2シーム線から4シーム線まで改良することができる。これは握りを調整すればよく、比較的短期間でできることだと思われる。

1. フォークボールの変化量が若干大きい傾向がある。フォークボールは揚力を抑えて自由落下に近い軌道を描くことで威力を増す。図6から、松井のフォークには4シーム回転が混入しており、揚力が大きくなっている。2シーム回転軸に正確に調節できれば落下距離は10cm程度増える。
2. カットボールの変化量を増すには4シーム回転軸に近づければよい。
3. スライダー、カーブは変化量が安定していない。常に4シーム回転軸で投げれば変化量は安定して大きくなる。ここで2(4)シーム回転軸とは、回転軸を両極としたとき、赤道付近で南北方向を向いた縫い目のラインが、外から見てボールの1回転当たり2(4)回通過することを言う。

ここまで説明しなかったが、大谷翔平投手のスーパーの解析⁽³⁾が行われ、実際の軌道が再現された。この変化球は横に大きく変化すると同時に浮き上がる。この変化は、2シーム回転軸で、回転軸が鉛直上向きから打者の方に向かって角度 α 傾く回転能率 $\cos \alpha = 0.5 \sim 0.65$ ($\alpha = 60^\circ \sim 50^\circ$) のときに、再現できることが明らかになった^{(3),(4)}。従来この場合、揚力は働かないと思われていた。この現象にも乱流境界層の剥離線の後退が深く関わっている。2シーム回転軸を極軸として見ると、縫い目のラインが北緯 60° 線と南緯 60° 度線付近でばば円弧を描いていることがわかる。

これが打者方向に $\alpha = 50 \sim 60^\circ$ 傾くと、北半球の円弧は常に前面に、南半球の円弧は常に後面にあることになる。球前面上側の縫い目の位置は、回転中安定した土手のようにになっている⁽⁴⁾。それをトリガーとして乱流化した境界層の剥離線の後退がおり、後流が下がるので揚力を生じる。球速 $u = 136.8 \text{ km/h}$ で $\cos \alpha = 0.4 \sim 0.55$ の場合、上方向の変化量 L は $30 \sim 35 \text{ cm}$ 程度で、しかも回転数 $f = 2300, 2590 \text{ rpm}$ によらなかった。一方横の変化量 S はこれらに依存して変化する。無回転の滑面球では乱流境界層の剥離は前方淀み点から測って $135 \sim 140^\circ$ で安定している^{(5),(6)}。回転球でも同じ傾向があるとすれば、 L が f と $\cos \alpha$ に依存しないように見える結果も理解できる。乱流境界層後退による揚力が Γ によらないならば、式(11)での a_Φ 項の存在が説明できると思われる。乱流はシームの部分で作られるから、2シームよりも4シームの方が後流がより多く乱流になる。乱流は層流より回転に引きずられにくいだろうから、 $k_{(2)} > k_{(4)}$ も説明できるかもしれない。

[面白い可能性：魔球]

- 乱流境界層の剥離線の後退により球は意外な変化をする。
4. 打者側に傾いた $\alpha = 50^\circ \sim 60^\circ$ の2シーム回転軸をもつ変化球。遅いナックルボールでも縫い目での境界層乱流化が起こっているから^{(9),(10)}、回転軸と $\cos \alpha$ が安定すれば揚力が得られ、30cm上に変化すると予想される。
 5. 投手側に傾いた $\alpha = -50^\circ \sim -60^\circ$ 、2シーム回転軸の変化球。1回転平均しても負のマグナス力が観測される可能性がある。この場合前方の下面の縫い目で乱流化した境界層が後に流れて剥離線の後退が起こるだろう。千賀投手のジャイロ回転のゴーストフォークよりも30cm大きく落ち、

しかも左にも変化するだろう。

6. ナックルボールのように極めて遅く横回転するボールは振動して落ちる。球速が出せれば素晴らしい魔球になる。

6 どうやって空振りを取るか

6.1 ボールの回転の力学

角運動量 L の時間微分はトルク N に一致する。トルクはボールの回転方向に働く力に由来する。

$$\frac{d}{dt}L = N = r \times F \quad (21)$$

ボールの慣性モーメントを I とすれば、回転軸の方向を向いた L の大きさ L は、 $L = I\omega$ と書けるので回転角振動数 ω_{rot} は

$$I \frac{d\omega}{dt} = rF \quad (22)$$

$$\omega_{\text{rot}} = \frac{1}{I} \int_0^{\Delta t} rF dt \quad (23)$$

によって求まる。 Δt はボールにトルク N がかかっている時間間隔である。

ボールが手の中に収まっている時は回転しないから、バックspinは球のリリース直前のごく短い時間 Δt にかける力のみによって生み出される。力の大きさ F は Δt の間でも大きく変化するだろう。一方 r は指のかかる位置によって決まってくる。回転軸からの極角度を θ 、球の半径を R とすれば

$$r = R \sin \theta \quad (24)$$

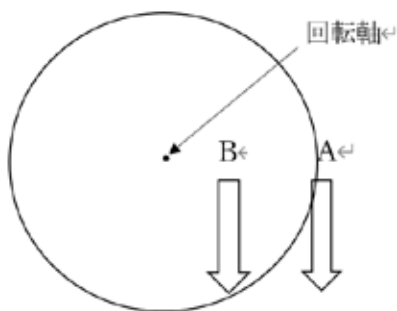


図7 ボールの回転方向にける力の模式図。同じ大きさの力なら回転軸からの極角度 $\theta = \frac{\pi}{2}$ の A 点に力のかける方が、 $\theta = \frac{\pi}{6}$ の B 点にかけるよりもボールは速く回転する。

である。図7が示すように、同じ力 F を加えるなら、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ の点 A の方が $\theta \simeq \frac{\pi}{6}$ の点 B に加えるより、大きな回転数を生じる。現実には複数の指がボールにかかっているから、

作用点は1つではない。この場合、角度 θ は平均的な角度、あるいは最も力が入っている指の位置によることになる。

6.2 回転数を増やす方法

(23) 式を荒い近似で、

$$\omega_{\text{rot}} \sim \frac{R}{I} F \sin \theta \Delta t \quad (25)$$

と書こう。ここで力 F が作用する時間 Δt の間で一定であると仮定した。(25) 式より、回転数 $f = \frac{\omega_{\text{rot}}}{2\pi}$ を増やす方法は力学的には4つあることが分かる。

- 1) $\theta = \frac{\pi}{2}$ にする。
最も長い指は人差し指か中指かのいずれかだが、その2本の指をくっつけて投げることによって θ を 90° に近づけることができる。
- 2) 力 F を増やす
この場合の力 F とは指の力、手首の力のことである。指と手首を鍛えること。いわゆるスナップを効かせるという言い方はこれであろう。問題は、ボールは軽いので力をかけづらいことである。ボールの推進力としての力 $F_{\text{推}}$ は加速度 a と $Ma = F_{\text{推}}$ の関係にあるから、加速度 a を大きくすれば $F_{\text{推}}$ も大きくなる。 $F_{\text{推}}$ が大きくなれば F も増えると考えられる。腕を大きく、思いっきり最後の瞬間に指に力を入れて振り抜くことである。
- 3) Δt をなるべく長くする。

人間の筋力 F は有限である。大きな変化を生むには作用をかける時間 Δt を伸ばすしかない。桑田投手が中学生当時、投球は真上から投げ降ろすことが常識とされていたことに疑問を持ち、テイクバックを大きくとって遠投のように投げたところ球速が上がったと聞いたことがある。これは腕の力 F は有限だが、テイクバックを大きくすることで Δt が増加したからだと考えられる。この場合は、運動量についての式 $p = mu = F_{\text{推}} \Delta t$ であるが今の場合、これを角運動量 $L = I\omega$ で行うことを考える。 F が一定なら Δt に比例して ω_{rot} は増加する。

テイクバックを大きくすることは、球の回転については、腕をしならせて投げること、リリースの瞬間に速く縦に振り下ろすことに当たる。もう1つは手首と指を大きく上に曲げておき、深く握ったボールをリリースする時に、指の全体に力を含めて投げおろすことである。ライアン小川投手が好調時、ボールを潰す感覚があるという。ボールを指全体に収めて押し出す感じと思われる。

球にトルクを与えている時の掌の中での移動距離 Δs は

$\theta = \frac{\pi}{2}$ として、(22) 式を積分することにより

$$\omega_{\text{rot}}^2 \simeq 2 \frac{F}{I} \Delta s$$

で与えられる。上式によれば球の回転方向に与える力 F を一定に保てれば、 ω_{rot} は Δs の 1/2 乗で増える。仮に現在中指第 1、第 2 関節の間中までの ~ 4 cm で回転力を与えているとして、これを関節 1 つ分増やして ~ 6 cm にできれば

$$2400 \times \sqrt{\frac{6 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}} \simeq 2940 \text{ rpm} \quad (26)$$

になる。実現できれば 1 分間に 3000 回転程度になる。この投法をコマ投法とよぼう。コマを回すとき、紐を巻き付けてそれを引っ張って回す。それと同じ原理によっているからである。単純に Δt を増やすのは難しいが、この投法は球の握りを深くすれば実現できる可能性がある。

4) R を増やす

ボールの平均的な半径 R は 36.4 mm だが、縫い目の所は半径が 1 mm 程度大きくなっている。そこで縫い目にそって中指をかける。中指に効果的に力を加えられれば半径 R が 3～5% も増加することになる。 $f_{\text{rot}} = 2400$ rpm ならこの方法だけで $2400 \times 1.04 = 2500$ rpm となる。

江川卓投手の全盛期である 1981 年の投球を解析した結果、球速は 158 km/h、回転数は 2750 rpm であることが明らかになった⁽¹⁷⁾。江川投手の回転数は佐々木朗希、大谷翔平、松坂大輔各投手の 2520, 2528, 2583 rpm を大きく上回っているが、投げ方によっては江川をはるかに凌駕する回転数を得ることが可能であると考えられる。

最後に数値を上げておく。

硬式球の慣性モーメント $I = \frac{2}{5} MR^2$ を求めておく。

硬式球を密度一定の球と仮定すれば、 $M = 0.1417$ kg、 $R = \frac{0.229 \text{ m}}{2\pi} = 0.036446$ m を用いて

$$I = \frac{2}{5} MR^2 = 7.35 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \quad (27)$$

$f = 2400$ rpm を得るには (25) 式で $\theta = \frac{\pi}{2}$ として、

$$F \Delta t = \frac{I \omega_{\text{rot}}}{R} = \frac{2\pi I f_{\text{rot}}}{R} = 0.5192 \text{ Ns}$$

の力積が必要である。仮に $\Delta t \sim 0.01$ s とすれば、

$$F \sim 50 \text{ N} \sim 5 \text{ kg 重}$$

となる。たいした力ではないから指力を鍛えてこれを大きくすることは回転数アップに直結する。

現在の松井の回転数は、ラプソードの測定によれば 2350～

2450 rpm である。その回転数をプロでも上位レベル (2600 rpm) になるようなトレーニングや投げ方の工夫をしていく。そこで考えたのが、

- ・ボールの握りを狭める
 - ・指力を強くする
 - ・リリースを高くする (手首を立てる)
 - ・最大外旋位を柔らかくして、しなりを出す
- の 4 つである。

6.3 回転軸

前期が終わり研究をしていく中で気づいたことがある。『近年の野球界ではトラックマンやラプソードなどのトラッキングシステムが導入され、革命が起っている。今まで見えなかったものが見えるようになり真実が数字として表れるようになってきた。「ノビのあるボール」という言葉は野球界では当たり前に使われている言葉だが、それがいったい何なのか数字として見えるようになってきた。』⁽¹⁸⁾ ボールの球質を考えるにあたり自分たちも最も注目を浴びている「回転数」に着目して研究を進めた。そこでボールの「回転軸の方向」も縦の変化量、横の変化量に関わっていて、自分たちが動画から測定した縦の変化量だけでは正確な数字については出せないと思った。これをなぜ思ったのかというと、松井颯自身が実体験したからである。2022 年 4 月から始まった春のリーグ戦は全体的にフォームが良く上半身が縦回転でリリースも立っていて回転軸も 01:00 (鉛直方向から 30° の傾き) 前後で、回転数が 1 分当たり 2400 回転、縦の変化量が 45 cm 前後、横の変化量が 30 cm 前後だった。そこで後期に回転数を上げる取り組みをして縦の変化量を上げようとしたのだが秋のリーグ戦は、大会前にコロナウイルスにかかってしまいコンディション不良でフォームを少し崩してしまった。その結果球速と回転数はさほど変わらなかったが、上半身が春のリーグ戦に比べて横回転になってしまってリリースが寝てしまい回転軸が 01:30 (鉛直方向から 45° の傾き) 前後で縦の変化量が 40 cm 前後、横の変化量が 40 cm 前後になってしまった。その結果空振りを取った数が春より秋は減ってしまった。

プロ野球選手の映像を見ると球速や回転数はもちろん大事だが回転軸が 00:00 に近いほど空振りを取っているように思える。例えば 2018 年夏の甲子園を沸かせた現北海道日本ハムファイターズの吉田輝星投手だ。吉田投手は縦の変化量が 50 cm 前後、横の変化量が 10 cm 前後で松井颯の数字と比べてもわかるように「ノビのあるストレート」を投げている。しかし、球速は 150 km/h 程で回転数は 1 分当たり

2200 回転前後で松井颯よりも低い。自分たちは回転数に着目して回転数を上げることで縦の変化量を増やそうとした。しかし空振りを取れる縦の変化量が多いストレートを投げるためには回転軸 00:00 近づけることが回転数を増やすことよりも大事なのかもしれない。

7 まとめと結論

1) 回転軸の位置を調整することで、同じ回転数でも変化量を図 6 の 2 シーム線から 4 シーム線まで調節できる。例えば松井のフォークボールを正確に 2 シーム回転軸にできれば今より 10 cm 落ちる。カーブ、スライダーは常に 4 シーム回転軸にとれば大きな変化量で安定する。

2) 空振りを取るためには

i) 縦の変化量 $L = T \cos \varphi$ を大きくすることが重要であり、現在 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ の回転方向を 0:00 ($\varphi = 0$) に近づけることが大切である。

ii) 回転数 f を増やすには 4 つの方法がある。握りを深くすることで、3000 rpm が実現できる可能性がある。

謝辞

解析を進めるに当たり、高畠規子氏（明星大学理工学部教務補佐員）に全面的にご協力いただきました。スマートフォンの動画からコマ送りの画像を作成した図 3 は高畠氏によるものです。厚く御礼申し上げます。

参考文献

- (1) 角田大斗、松井颯 「硬式球の流体力学」令和 4 年度 明星大学卒業論文
- (2) 大橋遼河、青木尊之、渡辺勢也、小林宏充 「低スピンドレートで回転する野球ボールの空力解析～フォークボールの縦の変化の解明～」ながれ **40** (2021) pp.343-355.
- (3) 青木尊之、イン イクイ、渡辺勢也、小林宏充 「大谷翔平投手の「スーパース」のスパコンによる解明」 東工大青木研究室研究成果 www.sim.gsic.titexh.ac.jp/Japanese/Topics/230526.html
- (4) サイカル journal NHK 「魔球の正体“スーパース”」 www3.nhk.or.jp/news/special/sci-cul/2023/05/story/sweeper
- (5) 種子田定俊、天本肇、石井 幸治、 「高レイノルズ数における球のまわりの流れ」九州大学応用力学研究所所報 第 44 号 昭和 51 年 pp.1-11,
- (6) 種子田定俊、 「高レイノルズ数における球のまわりの流れ」ながれ **3** (1984) pp.229-235.
- (7) 恒藤敏彦、『弾性体と流体』、岩波書店.
- (8) O. Wieselsberger, “Further information on the laws of fluid resistance,” Natural advisory committee for aeronautics, Technical note No.121, (1933), 1-12.
- (9) 溝田武人、久羽浩幸、岡島厚 「ナックルボールの不思議 第一報 準定常理論による飛翔解析とフラッター実験」日本風工学会誌 62 号 (1995) pp.3-13.
- (10) 溝田武人、久羽浩幸、岡島厚 「ナックルボールの不思議 第二報 硬式野球ボールの Wake Field と空気力」日本風工学会誌 62 号 (1995) pp.15-21.
- (11) 福岡工業大学 溝田研究室紹介記事 「「ナックルボールの不思議？」に論文賞が与えられました」 <https://www.fit.ac.jp/mizota/ronbunsho.htm>
- (12) S. Taneda, 「NEGATIVE MAGNUS EFFECT」 Reports of Research Institute for Applied Mechanics, 5(20) (1957) pp.123-128,
- (13) M. Muto, M. Tsubokura, N. Oshima, 「Negative Magnus lift on a rotating sphere at round the critical Reynolds number」 Physics of fluids, **24**(1) (2012) 014102.
- (14) 姫野龍太郎、 「野球変化球の解析と可視化」可視化情報 **24** (2004) No.93 pp.9-14.
- (15) 姫野龍太郎、 「野球での流体力学」ながれ **39** (2020) pp.163-166.
- (16) 中田泰暉 令和 3 年度 卒業論文 「硬式球の流体力学」
- (17) 「Going! Sports and News」ライブリッツ社による映像解析の結果。(日本テレビ) 2021 年 12 月 4 日放送
- (18) 森本峻太/baseball Greeks “回転数多い＝ノビのある球”ではない？データから迫る「ノビ」の正体として