環境対策費と市場占有率に関する戦略の動学的分析

岩谷禎久

要旨

本稿の目的は，Open-Loop戦略を用いた岩谷（2018）の分析モデルを，Closed-Loop戦略を用いた微分ゲームとして分析を行うことである。現時点だけという最小の量の情報を条件とするOpen-Loop戦略とは異なり，各プレーヤーが，各時点の状態変数の値の情報を持ち，時間とは独立に，その状態変数の実現値に応じて，毎期の最適な行動を決めるという情報構造を想定する。モデルは，環境への配慮を考慮して商品を購入しようと購買行動を変える消費者を想定し，環境対策費水準が競争相手企業の市場占有率にのみ影響を与えると仮定し，環境対策費水準を制御変数とし市場占有率を争う２つの競争企業の行動を分析するものである。

キーワード：市場占有率，環境対策費水準，反応関数，情報構造（information structure），Feedback戦略，Closed-Loop戦略，Hamilton-Jacobi-Bellman方程式

1. はじめに

ElkintonとHails（1988）の著書は，地球環境問題への関心が高まりつつあった時期に，関心はあっても具体的に何を行えばよいのかわからなかった人々に，日常の消費行動が環境問題と深く関わっていることを認識させた。日常的に購入する商品が，どこで，どのように作られているか，使用時，廃棄後にどのような影響を環境に与えるかについて解説し，商品を選ぶために，エネルギーの消費量や有害物質の使用の有無などについて環境保全の観点から必要となる情報を提供し，消費者に環境に配慮した買い物をすること提起したのである。

環境負荷の少ない商品やサービスを選ぶ方法，どこのスーパーチェーンが環境対策に熱心かなどを調べ，五つ星を満点とする評価を行い公表し，green consumer（緑の消費者）として買い物をすることが，モノづくりへ影響を及ぼし，自分が住む地域や発展途上国の環境保全，地球規模の環境問題の改善にも貢献することを紹介したのである。

スーパーチェーンの環境対策に対する彼らの星の評価は，企業経営における環境対策の重要性を認識させ，1988年まで市場占有率が第１位であったSainsburyは，翌年の1989年には第２位に落ち，第２位であったTescoが逆転し第１位になる。1989年に刊行された続編のElkintonとHails（1989）では，Sainsburyの環境対策評価は４つ星のままであったが，Tescoは５つ星

の評価を得る。

市場占有率の逆転を引き起こす大きな要因が他に考えられなかったため，この本に影響を受けた消費者の行動に変化が生まれたことが要因ともいわれる。環境を考えた消費者の行動が，スーパーマーケットチェーンという流通企業の環境対策への取り組に影響を与えたという意味では，彼らの著書の意義は大きい。

本稿の目的は，競争関係にあるスーパーマーケットチェーンの環境対策費水準が，競争企業の市場占有率に影響を与えると仮定し，複占的市場における企業の環境対策費水準の動学的競争をOpen-Loop戦略を用いた岩谷（2018）の分析モデルを，Closed-Loop戦略を用いた微分ゲームとして分析を行うことである。

2. モデル

ダイナミック・ゲームでは，仮定されている情報構造によって得られる解が異なる。微分ゲームでは，情報構造（information structure），あるいは戦略空間（strategy space）という，どの情報に基づいてプレーヤーの戦略を決定するかという問題が起こる。Open-Loop戦略は，現時点だけという最小の量の情報を条件とする戦略である。つまり，戦略が時点 t の関数となる場合で，制御変数は，時間と状態変数の初期値の関数となる。Open-Loop制御とは，予め各時点での行動を決めてしまう制御の仕方である[1]。岩谷（1988）は，環境への影響を配慮して商品を購入しようとして購買行動を変える消費者を想定し，このような状況の競争企業のOpen-Loop戦略による分析を行ったものである[2]。しかし，現時点での市場占有率に基づいてOpen-Loop戦略を変更することができないのである。

Closed-Loop戦略[3]の一種であるFeedback戦略は，各プレーヤーは各時点の状態変数の値の情報を持ち，時間とは独立に，その状態変数の実現値に応じて，毎期の最適な行動を決めるという情報構造をとる。また，Feedback戦略はMarkove戦略とも呼ばれる。したがって，制御変数は，状態変数の関数と定義される。そのため，Feedback戦略を用いた場合には，市場の現時点の状態にあわせ戦略を調整することができるのである。

最適制御問題を解く方法には，変分法，Pontryaginの最大値原理，Hamilton-Jacobi-Bellman方程式などがある。Feedback戦略を採用した場合には，時間と状態変数の関数として最適解の条件を求めるHamilton-Jacobi-Bellman方程式を適用することになる。

環境配慮型の消費者は，環境への影響を考慮して購入する商品やお店を変える購買行動をとると想定する。他方，競争関係にある企業は，消費者の購買行動に，自社の環境対策費によって行う環境対応が大きな影響を及ぼすことを認識している。このような状況において，市場占有率を争う２つのスーパーマーケットチェーンが行う，環境配慮型の商品の供給，サービス体制と店舗作りを行うための環境対策行動を考える。ここでは，ある企業の環境対策は，競争企業の購買消費者の消費行動へのみ影響を及ぼして自社の市場占有率を高める効果をもたらすが，市場全体の規模の拡大に寄与することは想定しない。

このような状況のモデル分析において，制御変数である環境対策費水準によって，状態変数となる各企業の市場占有率がどのように推移するかを示す変遷方程式の設定の仕方が問題になる[4]。本稿では，Erickson（2003）のLanchesterモデルを用いた広告費分析に依拠しつつ，スーパーマーケットが支出する環境対策費水準と市場占有率に関する動学的分析を行う。

ここでは，市場全体を１に標準化することか

ら，競争企業１の市場占有率を X とすると，競争企業２の市場占有率は（$1-X$）で表すことができる。また，無限視野にわたって割引された利益の流列を最大化することを目的とする２つの競争企業の目的関数を

$$J^1=\int_0^\infty e^{-rt}\{\pi_1 X(t)-E_1\}dt \tag{1}$$

$$J^2=\int_0^\infty e^{-rt}\{[\pi_2(1-X(t))]-E_2\}dt \tag{2}$$

と表す。企業１と企業２のそれぞれの競争的企業の市場占有率１単位あたりの収益，いいかえると，市場占有率１単位あたりの経済価値を表す潜在価格をパラメーター $\pi_i>0$（$i=1, 2$）で表す。２つの競争的関係にある企業の時間 t における環境対策費水準を，制御変数 E_i（$i=1, 2$）で表す。ただし，割引率 $r>0$ は２つの競争企業で等しいものとする。また，計画期間を無限視野とするため，企業の残存価値を目的関数では考慮しない[5]。

ここでは，環境対策費水準の効果は，競争相手企業の消費者の消費行動にのみ影響を及ぼし，環境に配慮する消費者を競争相手企業から奪うことで，自社の市場占有率を高める効果として認識される。環境対策費水準の効果を示す各企業の反応関数を $f_i(E_i)$（$i=1, 2$）とし，ここでは，Closed-Loop戦略を採用するため，制御変数は状態変数である市場占有率 X の関数として $E_i(X)$（$i=1, 2$）と定義される。モデルの状態変数である競争企業１の市場占有率は，X は次の変遷方程式

$$\begin{aligned}&\dot{X}(t)=f_1(E_1)[1-X(t)]-f_2(E_2)X(t)\\&X(0)=X_0\end{aligned} \tag{3}$$

にしたがって推移するものとする。

環境対策費水準の反応関数を $f_1(E_1)=g_1E_1^{\alpha}$, $f_2(E_2)=g_2E_2^{\beta}$ と特定化する。ただし，競争相手企業の消費者に対する環境対策費の効果パラメーターを g_1, g_2 とする。これらの特定化した反応関数を変遷方程式(3)に代入すると，変遷方程式は，

$$\begin{aligned}&\dot{X}(t)=g_1E_1^{\alpha}\,[1-X(t)]-g_2E_2^{\beta}X(t)\\&X(0)=X_0\end{aligned} \tag{4}$$

と表される。

(1)，(2)，(4)から現在価値ハミルトニアンは，

$$\begin{aligned}H_1&=\pi_1X-E_1+\lambda_1\Big[g_1E_1^{\alpha}[1-X(t)]\\&\quad-g_2E_2^{\beta}X(t)\Big]\\H_2&=\pi_2(1-X)-E_2+\lambda_2\Big[g_1E_1^{\alpha}[1-X]\\&\quad-g_2E_2^{\beta}X(t)\Big]\end{aligned} \tag{5}$$

となる。ここで，$\partial H_1/\partial E_1=0=\partial H_2/\partial E_2$ とおき，各競争企業の環境対策費水準に関して現在価値ハミルトニアンを最大化することから，ナッシュ均衡

$$\begin{aligned}&\hat{E}_1(X,\lambda_1,\lambda_2)=\Big[\alpha_1g_1\lambda_1(1-X)\Big]^{\frac{1}{1-\alpha}}\\&\hat{E}_2(X,\lambda_1,\lambda_2)=(-\beta g_2\lambda_2X)^{\frac{1}{1-\beta}}\end{aligned} \tag{6}$$

を得る[6]。

本稿では，Feedback解を求めるために，Case（1979）のperfect equilibriumの概念[7]を用いる。(1)，(2)，(4)のナッシュ均衡の(6)を用い，Hamilton-Jacobi（あるいはHamilton-Jacobi-Bellman）方程式を次のように定義する[8]。

$$\begin{aligned}&\pi_1X-\Big[\alpha_1g_1\lambda_1(1-X)\Big]^{\frac{1}{1-\alpha}}+V_1'\\&\quad\Big[g_1\Big[\alpha_1g_1V_1'(1-X)\Big]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\Big[1-X\Big]\\&\quad-g_2(-\beta g_2V_2'X)^{\frac{\beta}{1-\beta}}X\Big]=rV_1+c_1\\[1em]&\pi_2(1-X)-(-\beta g_2V_2'X)^{\frac{\beta}{1-\beta}}+V_2'\\&\quad\Big[g_1\Big[\alpha_1g_1V_1'(1-X)\Big]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\Big[1-X\Big]\\&\quad-g_2(-\beta g_2V_2'X)^{\frac{\beta}{1-\beta}}X\Big]=rV_2+c_2\end{aligned} \tag{7}$$

ただし，c_1，c_2 は任意の実定数である。しかし，c_1，c_2 は任意の実定数であることから，c_1，c_2 のどのような組み合わせについても(7)の解はFeedback解となるため，多数の解が存在することになる。(7)の関数 $V_1(X)$，$V_2(X)$ は価値関数（value function）と呼ばれ，もし，$V_1(X)$，$V_2(X)$ の解を見出せるならば，次の関係式(8)からperfect equilibriumを導き出すことができる。

$$E_1^*(X) = \hat{E}_1(X, V_1', V_2')$$
$$E_1^*(X) = \hat{E}_2(X, V_1', V_2') \tag{8}$$

Case（1979）に従い，

$$V_1'(X) = \lambda_1$$
$$V_2'(X) = \lambda_2 \tag{9}$$

と同定すると，(6)は，

$$\hat{E}_1(X, V_1', V_2') = \left[\alpha_1 g_1 V_1'(1-X)\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} = E_1^*(X)$$
$$\hat{E}_2(X, V_1', V_2') = (-\beta g_2 V_2' X)^{\frac{1}{1-\beta}} = E_2^*(X) \tag{10}$$

となる[9]。制御変数の右上付きの星印はそれが最適値で評価されていることを示している。

まず，(9)を未知の関数 $V_1(X)$，$V_2(X)$ に関して解き，(8)を用いることによってFeedback解を求めることができる。(6)において $\partial H_1/\partial E_1 = 0 = \partial H_2/\partial E_2$ とおき，λ_1，λ_2を求めて(9)に代入することから，$V_1'(X)$，$V_2'(X)$ を次のように求められる。

$$V_1'(X) = \frac{E_1^{1-\alpha}(X)}{\alpha g_1(1-X)}$$
$$V_2'(X) = -\frac{E_2^{1-\beta}(X)}{\beta g_2 X} \tag{11}$$

したがって，この $V_1'(X)$，$V_2'(X)$ を積分することから $V_1(X)$，$V_2(X)$ が求まる。

$$V_1(X) = \int^X \frac{E_1^{1-\alpha}(x)}{\alpha g_1(1-x)}\,dx$$
$$V_2(X) = -\int^X \frac{E_2^{1-\beta}(x)}{\beta g_2 x}\,dx \tag{12}$$

ここで，(11)と(12)を(7)代入すると，

$$\pi_1 X - E_1 + \frac{E_1^{1-\alpha}}{\alpha g_1(1-X)}\left[g_1 E_1^{\alpha}(1-X) - g_2 E_2^{\beta} X\right] = r\int^X \frac{E_1^{1-\alpha}(x)}{\alpha g_1(1-x)}\,dx + c_1$$
$$\pi_2(1-X) - E_2 - \frac{E_2^{1-\beta}}{\beta g_2 X}\left[g_1 E_1^{\alpha}(1-X) - g_2 E_2^{\beta} X\right] = -r\int^X \frac{E_2^{1-\beta}(x)}{\beta g_2 x}\,dx + c_2 \tag{13}$$

をえる。この(13)をXで微分し整理すると，

$$\frac{(1-\alpha)}{E_1}\left[g_1 E_1^{\alpha}(1-X) - g_2 E_2^{\beta} X\right] E_1' - \frac{\beta g_2}{E_2^{1-\beta}} X E_2' = r - \pi_1 \frac{\alpha g_1}{E_1^{1-\beta}}(1-X) + \frac{g_2 E_2^{\beta}}{(1-X)}$$
$$\frac{(1-\beta)}{E_2}\left[g_1 E_1^{\alpha}(1-X) - g_2 E_2^{\beta} X\right] E_2' + \frac{\alpha g_1}{E_1^{1-\alpha}}(1-X) E_1' = r - \pi_2 \frac{\alpha_2 g_2}{E_2^{1-\beta}} X + \frac{g X_1^{\alpha}}{X} \tag{14}$$

がえられる[10]。

ここで，

$$C = r - \pi_1 \frac{\alpha g_1}{E_1^{1-\beta}}(1-X) + \frac{g_2 E_2^{\beta}}{(1-X)}$$

$$D = r - \pi_2 \frac{\alpha_2 \beta_2}{E_2^{1-\beta}} X + \frac{g X_1^{\alpha}}{X}$$

とおき，⑷で定義した $\dot{X}(t)=g_1E_1^{\alpha}[1-X(t)]-g_2E_2^{\beta}X(t)$ を用いると，⒁は，

$$\frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\dot{X}E_1'-\frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}XE_2'=C$$
$$\frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}E_2'+\frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}(1-X)E_1'=D \tag{15}$$

と表すことができる。⒂を行列形式で表すと，

$$\begin{bmatrix}\frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\dot{X} & -\frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}X\\ \frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}(1-X) & \frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_1'\\E_2'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C\\D\end{bmatrix} \tag{16}$$

となる。⒃のシステムは，標準形式で次のように表すことができる[11]。

$$E_1'=B^{-1}\left[\frac{1-\beta}{E_2}\dot{X}C+\frac{\beta g_2}{E_2^{1-\beta}}XD\right]$$
$$E_2'=B^{-1}\left[\frac{1-\alpha}{E_1}\dot{X}D+\frac{\alpha g_1}{E_1^{1-\alpha}}(1-X)C\right] \tag{17}$$

ただし，

$$B=\frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}^2+\frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}\frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}(1-X)X$$

である。数値解析法により⒄は，与えられた境界条件について解くことができる。

ここで，Feedback解の定常状態について考える。⒀において割引率 $r=0$ とおき，さらに⑷を代入すると次の⒅をえる。

$$\pi_1X-E_1+\frac{E_1^{1-\alpha}}{\alpha g_1(1-X)}\dot{X}=c_1$$
$$\pi_2(1-X)-E_2-\frac{E_2^{1-\beta}}{\beta g_2X}\dot{X}=c_2 \tag{18}$$

定常状態では $\dot{X}=0$ となることから，⒅から次の関係が成り立つことになる。

$$\pi_1X-E_1=c_1$$
$$\pi_2(1-X)-E_2=c_2 \tag{19}$$

ここで，パラメーター $\pi_i>0\ (i=1,2)$ は各企業の市場占有率１単位あたりの収益，いいかえると，市場占有率１単位あたりの経済価値を表す潜在価格である。そのため，任意の実定数は c_1，c_2 は⒄の左辺が示す各競争企業の定常状態における利益率に等しくなるとともに，非負であることが求められる。

さらに，定常状態における $X/(1-X)$ は，⑷において $\dot{E}=0$ とおくことから求められる。

$$\frac{X}{1-X}=\frac{g_1E_1^{\alpha}}{g_2E_2^{\beta}} \tag{20}$$

そこで，⒆から E_1, E_2 を求め⒇に代入すると，定常状態では，

$$\frac{X}{1-X}=\frac{g_1}{g_2}\frac{(\pi_1X-c_1)^{\alpha}}{[\pi_1(1-X)-c_2]^{\beta}} \tag{21}$$

が成り立つことになる。この結果から，Feedback戦略は，直接市場占有率に依存し，また，定常状態の市場占有率の比率が，環境対策費水準の効果パラメーター g_1, g_2 に影響を受けることがわかる。

3　おわりに

本稿では，市場占有率を争う２つの競争企業の行動を，環境への配慮を考慮し購買行動を変える消費者を想定し，Open-Loop戦略を用いた岩谷（2018）の微分ゲームを，環境対策費水準を制御変数とするClosed-Loop戦略の一種のFeedback戦略を用いた微分ゲームとして分析を行った。したがって，情報構造は，現時点だけという最小の量の情報を条件とするOpen-

Loop戦略とは異なり，各プレーヤーが，各時点の状態変数の値の情報を持ち，時間とは独立に，その状態変数の実現値に応じて，毎期の最適な行動を決めると想定した。

Closed-Loop戦略は，⒄に対して数値解析法を用いて，与えられた境界条件について解くことができる。しかし，モデルにおける変数の初期値およびパラメータの値の組み合わせのもとに最適経路が求められることになるため，２つの競争企業の行動の分析を進めるためには，これらの値の設定が課題である。

注

1　Open-Loop戦略の使用は，ゲームおいて、プレーヤー間での戦略の相互作用を考慮していないと，本質的には静学的であるとの批判もある。しかし，再生可能資源の問題では，将来における行動の予告というOpen-Loop戦略でのコミットメントは，資源と環境の保護に関する卓見と関心の反映と考えることができるとの指摘もある。これに関しては，Dockner et al.（2000）を参照されたい。

2　Erickson（2003）のLanchesterモデルを用いた広告費分析に依拠しつつ，スーパーマーケットが支出する環境対策費水準と市場占有率に関する動学的分析を，各プレーヤーは，各時点における状態変数に関する情報は持っておらず，制御変数は時間と状態変数の初期値の関数であると考えるOpen-Loop解について分析を行っている。

3　時点ごとの状況に応じて条件つきで行動が与えられる制御はClosed-Loop制御といわれる。制御変数が，状態変数と時点 t の関数の場合にも，Markov戦略と呼ばれる。このことから，Open-Loop戦略は状態変数が落ちたMarkov戦略ともいわれる。

4　Jorgenson（1982）のレビュー論文は，微分ゲームを用いた広告競争に関する初期の研究について，２つの重要な一般モデルについて言及している。ひとつは，Vidal とWolfe（1957）が展開した独占的企業に関する売上－反応を分析したVidal-Wolfeモデルである。もうひとつは，Kimball（1957）によって導入されたLanchesterの戦闘問題を定式化したLanchesterモデルである。

5　終端時点を T に設定した場合には，目的汎関数には，

$$J^1=\int_0^{\infty} e^{-rt}\left\{\pi_1 X(t)-E_1\right\}dt+e^{-rT}S(X_1(T))$$

のように，残存価値 $e^{-rT}S(X_1(T))$ を加えられる。企業が，終端時点 T での状態に対してある値を割り当てることを考慮するためである。

6　⑹において $\partial H_1/\partial E_1=0=\partial H_2/\partial E_2$ を求めると

$$\partial H_1/\partial E_1=-1+\lambda_1\alpha g_1 E_1^{\alpha-1}(1-X)=0$$

$$\partial H_2/\partial E_2=-1-\lambda_2\beta g_2 E_2^{\beta}X=0$$

となり，これより E_1，E_2 を求めることができる。

7　Caseは，perfect equilibria と呼ばれる概念を展開するために価値関数を用いる。Case（1979）のChapter 8を参照。

8　この Hamilton-Jacobi-Bellman equation についてはCase（1979 p.214）を参照。

9　注６から λ_1，λ_2 次のように求めることができる。

$$\lambda_1=\frac{E_1^{1-\alpha}(X)}{\alpha g_1(1-X)}$$

$$\lambda_2=\frac{E_2^{1-\beta}(X)}{\beta g_2 X}$$

10　⑼を X で微分すると，

$$g_1-E_1'+\frac{1}{\alpha_1}E_1'-\frac{\beta_2 E_1^{1-\alpha_1}E_2^{\alpha_2}}{\alpha_1\beta_1(1-X)}$$

$$-\frac{(1-\alpha_1)E_1^{-\alpha_1}\beta_2 E_2^{\alpha_2}X}{\alpha_1\beta_1(1-X)}E_1'-\frac{\alpha_2\beta_2 E_1^{1-\alpha_1}E_2^{\alpha_2-1}X}{\alpha_1\beta_1(1-X)}E_2'$$

$$-\frac{E_1^{1-\alpha_1}\beta_2 E_2^{\alpha_2}X}{\alpha_1\beta_1(1-X)^2}=r\frac{E_1^{1-\alpha_1}}{\alpha_1\beta_1(1-X)}$$

がえられる。この式の両辺に $\dfrac{\alpha_1\beta_1(1-X)}{E_1^{1-\alpha_1}}$ を掛け，整理すると⒁となる。

11　⒁において，

$$G=\begin{bmatrix}\dfrac{(1-\alpha_1)}{E_1}\dot{X} & -\dfrac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}X\\ \dfrac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}(1-X) & \dfrac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}\end{bmatrix}$$ とおくと，

$G\begin{bmatrix}A_1'\\ A_2'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C\\ D\end{bmatrix}$ となり，$\begin{bmatrix}E_1'\\ E_2'\end{bmatrix}=G^{-1}\begin{bmatrix}C\\ D\end{bmatrix}$ となる。

ただし，
$$G^{-1}=\left[\frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}^2+\frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}\frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}(1-X)X\right]^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X} & \frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}X \\ -\frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}(1-X) & \frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\dot{X} \end{bmatrix}$$ であるため，

$$B=\frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X}^2+\frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}\frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}(1-X)X$$

とおくことにより，⒁は

$$\begin{bmatrix} E_1' \\ E_2' \end{bmatrix}=G^{-1}\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}=B^{-1}\begin{bmatrix} \frac{(1-\alpha_2)}{E_2}\dot{X} & \frac{\alpha_2\beta_2}{E_2^{1-\alpha_2}}X \\ \frac{\alpha_1\beta_1}{E_1^{1-\alpha_1}}(1-X) & \frac{(1-\alpha_1)}{E_1}\dot{X} \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix}$ となる。

参考文献

Case, James H.（1979）, *Economics and the Competitive Process.* New York: New York University Press.

Chaiang, A.C.（1992）, *Elements of Dynamic Optimization.* New York: McGrw-Hill.（小田正雄・仙波憲一・高森寛・平澤典男訳（2006）『動学的最適化の基礎』シーエービー出版。）

Dockner, E.J., S.Jorgensen, N.V.Long, G.Sorger（2000）, *Differential Games in Economics and Management Science.* Cambridge : Cambridge University Press.

Eikington.J. and J.Hailes（1988）, *The Green Consumer Guide.London:* Victor Gollancz.

Eikington.J. and J.Hailes（1989）, *The Green Consumer's Supermarket Shopping Guide.* London: Victor Gollancz.

Erickson, G.M.（1995）, "Invited Review Differential game models of advertising competition," Euroean *Journal of Operational Research,* vol.83, pp.431-438.

Erickson, G.M.（2003）, *Dynamic Models of Advertising Competition.* Boston : Klowr Academic Publishers.

Friesz, T.L.（2010）, *Dynamic Optimization and Differential Games.* Heidelberg: Sprnger.

岩谷禎久（2018）「環境対策費と市場占有率に関する動学的分析」『明星大学経済学研究紀要』第49巻 1・2 号，pp.33-38.

Jorgensen, Steffen（1982）, "A surey of Some Differential Games in Advertising," *Journal of Economics Dynamics and Control,* vol.4（Novenber）, pp.341-369.

Kamien, M.I. and N.L.Schwartz,（1981）, *Dynamic Optimization: The Cauculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management.* New York: Elsevier Science Publishing.

Kimball, G.D.（1957）, "Some Industrial Applications of Military Operations Research Methods," *Operation Research,* vol.5（April）, pp.201-204.

Leonard, D. and Long, N.V.（1988）, *Optimal Control Theory and Static Optimization in Economics.* Cambridge : Cambridge University Press.

Sorger, G.（1989）, "Competitive Dynamic Advertising A Modification of the Casa Game," *Journal of Economic Dynamics and Control,* vol.13, pp-55-80.

Vidal, M.L. and H.B.Wolfe（1957）, "an Operation Research Study of Sales Response to Advertising," *Operation Research,* vol.5（June）, pp.370-381.